

... ein Jahr nach Lehman



# Gering korrelierte Anlageklassen

## Diversifikationsmodell der Vergangenheit?

Center for Quantitative Risk Analysis  
der Ludwig-Maximilians-Universität  
München

in Zusammenarbeit mit

FidesTrust Vermögenstreuhand GmbH  
München

und

Wegelin & Co. Privatbankiers  
St. Gallen/Schweiz

Herausgeber: Bayerisches Finanz Zentrum e.V.

Band 2 der Studienreihe des Bayerischen Finanz Zentrum e.V.

September 2009

# Vorwort

Nach Krisen und Katastrophen ist die Wissenschaft in besonderem Maße gefordert, Erklärungen für die relativ seltenen, in ihren Ausmaßen ungewöhnlich großen Ereignisse zu liefern. Simple eindimensionale Erläuterungen sind zwar in der Öffentlichkeit besser kommunizierbar als komplexe, auf mathematisch formalisierten, mehrdimensionalen Modellen basierende Begründungen. Der wissenschaftliche Fortschritt der Ökonomie und Finanzökonometrie zeigt aber, dass einfache Marktmodelle für einzelne Asset-Klassen in nationalen Wirtschaften nicht mehr die Erklärungskraft besitzen wie in früheren Jahrzehnten.

Da die politischen und gesetzlichen Rahmenbedingungen weniger stabil sind als in der Vergangenheit und Finanzinnovationen immer schneller marktfähig werden, sind alle Märkte generell wesentlich volatil. Darüber hinaus sind die Märkte in einer zunehmend stärker verflochtenen, mit schnellen Informationsnetzwerken versorgten Weltwirtschaft sowohl untereinander als auch zwischen den Volkswirtschaften stärker voneinander abhängig. Das Verschieben von großen Mengen von Assets rund um den Globus erfolgt immer ungehemmter und schneller. Eine simple regionale Diversifizierung wird immer wirkungsloser, eine Streuung in möglichst unkorrelierte Asset-Klassen zur Minderung des Ausfalls- und Schwankungsrisikos immer schwieriger.

Das viele Jahrzehnte von den Kapitalanlegern genutzte Markowitz-Modell, das den Renditen der Assets eine stationäre, normalverteilte und linear korrelierte Struktur unterstellte, erweist sich als nicht mehr realitätskonform. Schiefe Verteilungen und nicht-lineare Abhängigkeiten (Copula-Modelle), die mit anderen Kennzahlen als der Standardabweichung und dem klassischen Pearsonschen Korrelationskoeffizienten charakterisiert werden, gewinnen als empirisch überprüfte Erklärungsmodelle an Bedeutung, wie die vorliegende Studie für mehrere Asset-Klassen eindrucksvoll belegt.

Welche Schlüsse die Kapitalanleger aus diesen neueren wissenschaftlichen Ergebnissen für ihre jeweiligen Portefeuilles ziehen werden, bleibt abzuwarten. Sicher ist aber schon jetzt, dass man für wissenschaftlich basierte Anlagestrategien neue finanzökonometrische Modelle und Methoden implementieren muss und dass der Forschungs- und Implementierungsaufwand mit der Komplexität und Volatilität der Finanzmärkte drastisch zunehmen wird.



München, im September 2009  
Prof. Dr. rer. pol. Elmar Helten



# Inhaltsverzeichnis

Vorwort	1
Management Summary	4
1 Diversifikationsversagen – mehr Risiko als Appetit?	8
2 Neuere Ansätze	12
Regime-switching-Modelle	13
Copulas	15
3 Empirischer Vergleich	18
Dateneigenschaften	19
Schätzergebnisse	22
Was besagen die Ergebnisse?	28
4 Konsequenzen für die Praxis und weitergehende Entwicklungen	32
Fazit	35
About Us	36
Literatur	40

# Management Summary

Die vorliegende Studie, die vom Center for Quantitative Risk Analysis an der Ludwig-Maximilians-Universität (LMU) München unter Leitung von Herrn Prof. Stefan Mittnik, Ph.D. im Auftrag und in Zusammenarbeit mit der FidesTrust Vermögenstreuhand GmbH, München und Wegelin & Co. Privatbankiers, St. Gallen, und in Kooperation mit dem Bayerischen Finanz Zentrum e.V., München, erstellt wurde, untersucht, inwieweit die in der Vermögensverwaltung geübte Praxis einer Glättung von Marktrisiken durch Diversifikation in gering korrelierte Anlageklassen noch Gültigkeit hat. Mit der Zielsetzung der Untersuchung ergeben sich die folgenden Fragen:

1. Kann man mit den in der Praxis üblicherweise verwendeten statistischen Methoden noch den von dem Anleger erhofften Nutzen erbringen?
2. Haben sich die Korrelationen von Anlageklassen in Krisen verändert?
3. Steigen Korrelationen gerade in Krisen an?
4. Eignen sich neue (statistische) Modelle und Methoden möglicherweise besser zu Prognosezwecken von Kapitalanlagen?

Zur Beantwortung dieser Fragestellungen werden die Abhängigkeitsstrukturen zwischen vier traditionellen Anlageklassen (Aktien, Anleihen, Gold und Immobilien) anhand von Monatsrenditen über den Zeitraum von Januar 1990 bis April 2009 mittels der verschiedenen Modellierungsansätze untersucht und die jeweiligen Ergebnisse miteinander verglichen.

Die dramatischen Veränderungen an den Kapitalmärkten haben zahlreiche Banken, einige Versicherer und institutionelle Investoren in erhebliche Schwierigkeiten gebracht. Ein Jahr nach Lehman könnte man aus den zu beobachtenden Verwerfungen die Lehre ziehen, dass die Streuung von Finanzanlagen über verschiedene Anlageklassen zwar in der Vergangenheit ein probates Mittel der Risikodiversifikation darstellte, diese Bedeutung aber aktuell für das Portfoliomanagement verloren hat. Wird diese Diversifizierungsmöglichkeit auch endgültig verloren sein?

Zwischen den in der vorherrschenden Portfoliotheorie und der aktuellen akademischen Forschung betrachteten Verfahren klafft eine größere Lücke. Die Portfoliotheorie von Harry Markowitz wurde von der deutschsprachigen Finanzpraxis seit Mitte der 1980er Jahre von Banken, Versicherungen und institutionellen Investoren eingesetzt. Die Tatsache, dass sich in der aktuellen Krise eine breite Diversifikation nicht ausgezahlt hat, legt nahe, die Portfoliotheorie von Markowitz einer Überprüfung zu unterziehen und im Portfoliomanagement nach alternativen Verfahrensmöglichkeiten zu suchen.

Neuere Diversifikationsstrategien, die nicht auf dem Markowitz-Ansatz beruhen und versuchen, extreme Entwicklungen an den Anlagemärkten zu berücksichtigen, werden in der Praxis bisher nur von wenigen Marktteilnehmern angewandt. Wenn auch die hier untersuchten neueren Verfahren auf das praktische Portfoliomanagement nicht ohne weiteres

übertragbar sind, legen die vorliegenden Studienergebnisse nahe, den Vorteil der neueren Ansätze zu nutzen.

Im Rahmen der Studie wird die Anwendbarkeit zweier neuer Methoden, nämlich des Regime-switching-Modells und so genannter Copulas untersucht.

Sowohl bei den Regime-switching-Modellen als auch bei den Copulas handelt es sich um Ansätze zur Modellierung der Abhängigkeitsstrukturen von Anlageklassen, deren Möglichkeiten über die des Markowitz-Modells hinausgehen. Regime-switching-Modelle bleiben zwar in der Welt der Normalverteilung, man geht aber davon aus, dass Finanzmarktprozesse unterschiedlichen Regimen unterliegen und die Normalverteilung der Renditen in jedem Regime durch regimespezifische Parameter charakterisiert werden kann. Beispielsweise lassen sich in einem Modell mit zwei Regimen etwa ein Bullen- und ein Bärenmarkt voneinander abgrenzen und entsprechend die jeweiligen Erwartungswerte und Volatilitäten identifizieren.

Copulas hingegen ermöglichen die Modellierung einer konkreten funktionalen Beziehung zwischen den betrachteten Instrumenten hinsichtlich ihrer Randverteilungen und gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung. Die Copula-Methode kann dabei die beim klassischen Ansatz unterstellte Normalverteilungsannahme verlassen und ist damit in der Lage, Abhängigkeiten bei Finanzmarktprozessen auf flexible Weise abzubilden.

Für die Regime-switching-Modelle ergibt sich auf Basis des Datensamples die Präferenzierung eines Modells mit zwei Regimen, wobei die identifizierten Regime nicht nur durch unterschiedliche Volatilitäten, sondern auch durch unterschiedliche Mittelwerte und Korrelationsstrukturen gekennzeichnet sind. Es lassen sich ein Bullen- und ein Bärenmarktregime identifizieren, wobei das letztere für alle Anlageklassen durch deutlich höhere Volatilitäten und für einige Anlageklassen durch negative Erwartungswerte gekennzeichnet ist. Auch die Korrelationen unterscheiden sich zum Teil erheblich; so ergibt sich im Untersuchungssample, dass die Korrelation zwischen Aktien- und Immobilienmärkten im beobachteten Bärenmarkt z. B. fast doppelt so hoch ist wie im identifizierten Bullenmarkt.

Bei Anwendung der Copulas lässt sich vergleichend feststellen, dass generell Copulas, die stärkere extreme Marktbewegungen implizieren als die multivariate Normalverteilung, das zu beobachtende Verhalten zwischen den Anlageklassen besser modellieren als der klassische Ansatz. Am besten replizieren asymmetrische Copulas, die zusätzlich eine höhere Wahrscheinlichkeit für gemeinsame *negative* Entwicklungen implizieren, die empirisch beobachtete Abhängigkeitsstruktur der betrachteten Märkte.

Bei Verwendung des Risikomaßes Value-at-Risk (VaR) kann für den Fall zweier Anlageklassen exemplarisch gezeigt werden, dass eine Portfoliostrategie, welche auf dem Markowitz-Ansatz beruht, die zu erzielenden

Diversifikationseffekte in Krisenzeiten überschätzt. Eine mögliche Antwort auf die Frage nach den Ursachen dieser Fehleinschätzung könnte im Sinne des Regime-Switching-Ansatzes lauten, dass es eine solche gleichbleibend geringe Korrelation eben nicht gibt, sondern dass vielmehr gerade in turbulenten Phasen (= Regimen) die Korrelationen zwischen den Anlageklassen steigen. Mit dem Modell der Copulas lässt sich argumentieren, dass eine auf der linearen Korrelation beruhende Diversifikationsstrategie Abhängigkeiten in den Extrembereichen, welche gerade in den heikelsten Phasen eines Krisenverlaufs relevant sind, vernachlässigt.

Für die Praxis bleibt trotz der ernüchternden Erfahrungen während der jüngsten Krise ohne Frage die Notwendigkeit, Finanzanlagen über verschiedene Anlageklassen zu streuen. Die Frage, ob auf dem Pearsonschen Korrelationskoeffizienten basierende Diversifikationsansätze Strategien der Vergangenheit sind, muss – bei den untersuchten Daten – für Markowitz-nahe Ansätze bejaht werden. Die der Korrelationsanalyse zugrunde liegende Annahme einer gemeinsamen Normalverteilung der Anlageklassen widerspricht den empirischen Fakten. Es lässt sich feststellen, dass die klassischen Verfahren die Wahrscheinlichkeit großer Kursbewegungen gerade in Krisenzeiten unterschätzen und darüber hinaus das asymmetrische Verhalten von Anlageklassen in steigenden und fallenden Märkten ignorieren. Hierdurch wird ein positiver Diversifikationseffekt gering korrelierter Anlageklassen regelmäßig überschätzt.

Wenn die wiedergegebenen Ergebnisse der Untersuchung zunächst auch nur diagnostischen Charakter haben können, zeigen sie doch auf, dass die hier diskutierten neueren Methoden – Regime-switching- und Copula-Modelle – entscheidende Vorzüge gegenüber der Markowitzschen Normalverteilungsannahme bieten. Die Gefahr der Unterschätzung gemeinsamer Abwärtsbewegungen kann durch eine nicht-stationäre Abhängigkeitsmodellierung und damit bessere Erfassung der beobachteten Rendite-Asymmetrien innerhalb der neueren Ansätze deutlich abgemildert werden. Gerade konservative Portfolio-Strategien, die besonders die Vermeidung von Verlustrisiken in den Vordergrund stellen, dürften von diesen realitätsnäheren Verfahren zur Modellierung von Renditeprozessen profitieren.

Auch wenn die hier vorgestellten Ansätze zu einer deutlich verbesserten Datenanpassung führen und gegenüber klassischen, korrelationsbasierten Diversifikationsstrategien angemessenere Entscheidungen zur Risikostreuung ermöglichen, kann auch festgestellt werden, dass vor einer umfassenden praktischen Umsetzung noch einige Hürden zu überwinden sind. Erheblicher Forschungsbedarf besteht dabei insbesondere bezüglich der Modellspezifikation und der Optimierung bei der Anwendung für größere Vermögensportefeuilles.



# 1

Diversifikationsversagen –  
mehr Risiko als Appetit?



In der jüngsten Finanzkrise erlebten private und institutionelle Anleger nicht nur überraschend starke Einbrüche in allen Anlageklassen, sie erfuhren auch, dass selbst breit gestreute Portfolios nicht die Verlustabsicherung erzielten, die man sich versprach. Anlageklassen, die über lange Zeiträume in der Vergangenheit niedrige Korrelationen aufwiesen, bewegten sich fast gleichförmig nach unten – mit der Folge, dass auch gut diversifizierte Portfolios mehr oder weniger ungebremst mitschritten.

Gängige Diversifikationsstrategien basieren auf dem Modell der Markowitzschen Portfoliotheorie. Diese nimmt an, dass die Renditekomponenten eines Portfolios einer gemeinsamen Normalverteilung folgen, deren Kenngrößen, also Mittelwerte, Varianzen und Korrelationen, im Zeitablauf konstant bleiben. Inwieweit die Mischung zweier Anlagen zu einer Risikominderung führt, hängt gerade von der Korrelation ihrer Renditen ab. Das (Pearson-)Korrelationsmaß, auf welchem der Markowitz-Ansatz beruht, kann Werte zwischen +1 und –1 annehmen, wobei der Wert +1 eine perfekte positive Korrelation bzw. einen (proportionalen) Gleichschritt der Kursänderungen und der Wert –1 eine perfekte negative Korrelation bzw. ein exakt gegenläufiges Verhalten bedeuten. Risikomindernde Diversifikationseffekte entstehen durch Mischung von schwach (oder gar negativ) korrelierten Anlagen, während eine Mischung von stark positiv korrelierten Anlagen nur geringe Effekte erzielt. Erfolgreiches Portfolio-Management erfordert daher neben der Einschätzung der Rendite- und Risikoentwicklung für einzelne Anlagetitel auch die Bestimmung der Korrelationen zwischen diesen. Letzteres erfolgt in der Regel durch eine Schätzung der Korrelationskoeffizienten anhand historischer Daten. Das in der Krise zu beobachtende Versagen vorherrschender

Diversifikationsstrategien, ist eindeutig auf eine Fehleinschätzung der Abhängigkeiten zwischen den verschiedenen Anlageklassen zurückzuführen. Die mit der Korrelationsanalyse einhergehende Normalverteilungsannahme unterstellt, dass zwischen den Kursänderungen verschiedener Kapitalanlagen tendenziell ein linearer Zusammenhang besteht, so dass eine vom Ausgangsniveau unabhängige Beziehung zwischen diesen besteht und historisch ermittelte Zusammenhänge auf Krisenzeiten übertragen werden können. Wird diese Annahme in der Realität verletzt, kann der konventionelle Korrelationschätzer die tatsächlichen Abhängigkeiten zwischen den Anlageinstrumenten nicht erfassen, und es ergeben sich Fehleinschätzungen bezüglich der zu erwartenden Risikoeigenschaften eines mit Hilfe der klassischen Verfahren konstruierten Portfolios.

Es ist eine häufig zitierte Beobachtung, dass die Korrelationen zwischen Aktienrenditen in tendenziell fallenden Märkten stärker sind als in tendenziell steigenden Märkten (s. etwa Longin und Solnik (2001), Campbell et al. (2002), Hong et al. (2007), Okimoto (2008)). Typischerweise sind fallende Märkte auch durch höhere Volatilitäten charakterisiert. Diese Eigenschaft kann durch das klassische Modell – welches ein symmetrisches Verhalten bedingter Korrelationen impliziert – nicht abgebildet werden. Es stellt sich daher die Frage, ob diese Beobachtung auch über verschiedene Anlageklassen gilt, und wie eine realistischere Modellierung der Abhängigkeitsstrukturen zwischen diesen Märkten mit neueren Methoden der Finanzökonometrie gelingen kann.

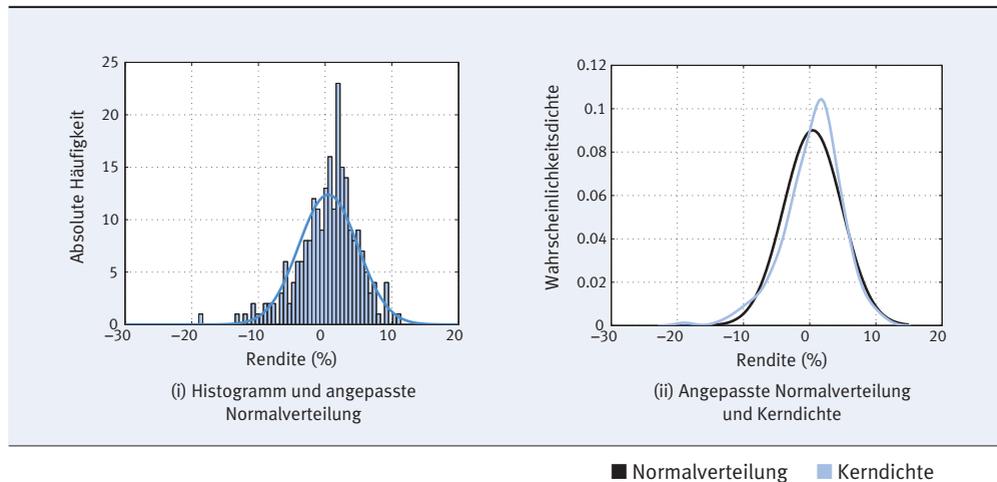
Um diese Frage näher zu beleuchten, betrachten wir im Folgenden zwei neuere Ansätze zur Modellierung von Abhängigkeitsstrukturen, welche die Realität aufgrund ihrer höheren

Flexibilität besser abbilden können als klassische Markowitz-Ansätze.

Der erste Ansatz, die Regime-switching-Modelle, bleibt in der Welt der Normalverteilung, geht aber davon aus, dass Finanzmarktprozesse unterschiedlichen Regimen (dies können Bullen- und Bärenmärkte, aber auch Value- und Momentum-Regime sein) unterliegen, die jeweils durch eine eigene, regime-spezifische Verteilung charakterisiert sind. Dabei gilt es, neben den Verteilungsparametern der jeweiligen Marktzustände die Eintrittswahrscheinlichkeiten dieser Regime zu bestimmen. Durch die Kombination von Normalverteilungen können typische Eigenschaften

von Finanzmarktdaten abgebildet werden. Wie beispielhaft in Abbildung 1 illustriert wird, sind diese Eigenschaften in der Realität regelmäßig zu beobachten. In Teil (i) wird die empirische Verteilung der Monatsrenditen des MSCI Welt-Indizes mit der anhand dieser Daten geschätzten Normalverteilung verglichen. Deutlich ist zu erkennen, dass die historischen Renditen nicht symmetrisch um Null schwanken (Schiefe), und dass extreme Renditen häufiger auftreten, als dies von der Normalverteilung unterstellt wird (schwere Ränder). Dies verdeutlicht Teil (ii), welcher eine geglättete Form des Histogramms, die sogenannte Kerndichte, eben jener Normalverteilung aus Teil (i) gegenüberstellt.

Abbildung 1: Die Defizite der Normalverteilung



Um die Abweichungen empirischer Renditeverteilungen von der durch die Normalverteilung implizierten Symmetrie zu illustrieren, fügen wir dem oben betrachteten MSCI Welt-Index, den FTSE EPRA/NAREIT Immobilienaktienindex für Europa, hinzu und betrachten

die von Longin und Solnik (2001) eingeführten Überschreitungskorrelationen zum Überschreitungsniveau  $\theta$ .<sup>1</sup> Dieses Maß bezeichnet die Korrelation zwischen den Renditen, welche gemeinsam mindestens  $\theta\%$  unter (bzw. für positive Renditen über) dem jeweiligen

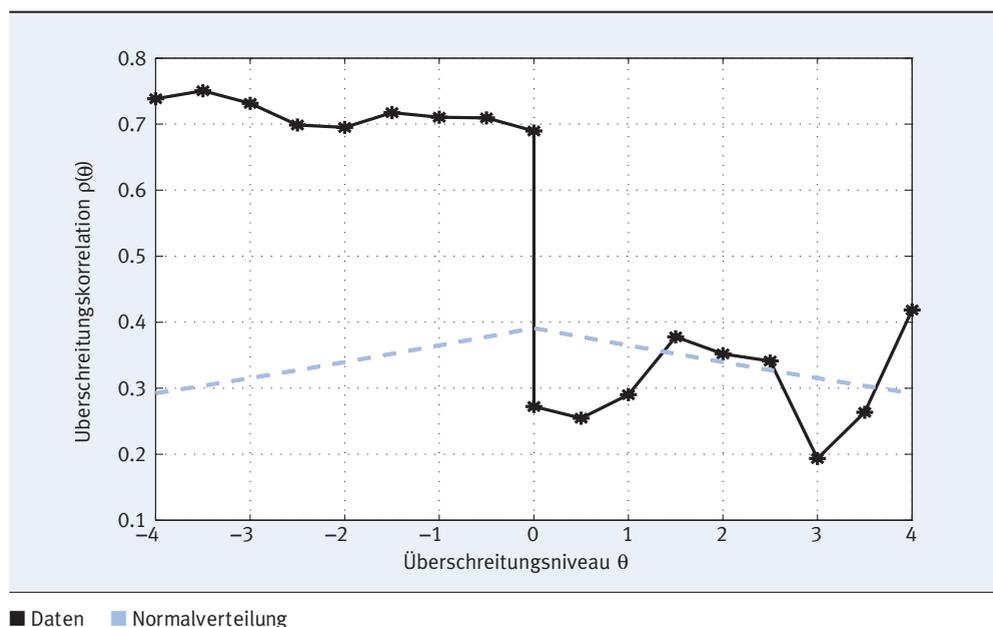
1 Im Fall von zwei Anlagen mit (mittelwertbereinigten) Renditen  $r_{1t}$  und  $r_{2t}$  sind die Überschreitungskorrelationen zum Überschreitungsniveau  $\theta$ , bezeichnet mit  $\rho(\theta)$ , definiert als

$$\rho(\theta) = \begin{cases} \text{corr}(r_{1t}, r_{2t} | r_{1t} < \theta, r_{2t} < \theta) & \text{für } \theta \leq 0 \\ \text{corr}(r_{1t}, r_{2t} | r_{1t} > \theta, r_{2t} > \theta) & \text{für } \theta \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Mittelwert liegen. So drückt die Überschreitungskorrelation zum Niveau  $\theta = -3\%$  beispielsweise die Korrelation zwischen zwei betrachteten Anlageklassen aus, wenn beide einen Verlust von mindestens 3% erleiden. Abbildung 2 zeigt die empirischen Überschreitungskorrelationen für das Paar Aktien/Immobilien zusammen mit den theoretischen Überschreitungskorrelationen der angepassten Normalverteilung (vgl. Ang und Chen (2002) für deren Berechnung). Die empirischen Überschreitungskorrelationen weisen eine deutliche Asymmetrie mit höheren Korrelationen für

negative Renditen auf, während die Normalverteilung eine symmetrische Struktur der Überschreitungskorrelationen beinhaltet und offenbar nicht zur Beschreibung des vorgefundenen Zusammenhangs in der Lage ist.<sup>2</sup> Insbesondere wird die Stärke des Zusammenhangs für negative Renditen unterschätzt, so dass in diesem Bereich der Verteilung der durch Diversifikation gewährte Schutz überschätzt wird. Regime-switching-Modelle hingegen können solche Asymmetrien erfassen, indem z. B. ein Bärenmarktregime mit deutlich höheren Korrelationen identifiziert wird.

Abbildung 2: Empirische und durch die Normalverteilung implizierte theoretische Überschreitungskorrelationen (1) für das Paar Aktien/Immobilien



Der Copula-Ansatz, die zweite hier betrachtete Methode, ermöglicht die vollständige Abkehr von der Normalverteilungsannahme. Die Modellierung geschieht generell in zwei Stufen. Zunächst werden geeignete (Rand-)Verteilungen der einzelnen Finanzinstrumente bestimmt. In einem zweiten Schritt wird die Abhängigkeit

zwischen den Instrumenten in Form einer konkreten funktionalen Beziehung spezifiziert, die idealerweise wie in Abbildung 2 dargestellte bedingte Korrelationen, aber gegebenenfalls auch komplexere Abhängigkeitsstrukturen erfassen kann und daher imstande ist, die beschriebenen Asymmetrien abzubilden.

<sup>2</sup> Da es sich um bedingte Korrelationen handelt, sind die Überschreitungskorrelationen auch für die Normalverteilung nicht konstant und insbesondere nicht identisch mit der unbedingten Stichprobenkorrelation 0.635 in Tabelle 1.

# 2 Neuere Ansätze



## Regime-switching-Modelle

Regime-switching-Prozesse zur Modellierung zeitvariierender Renditeerwartungswerte, Volatilitäten und Korrelationen haben in den vergangenen Jahren erheblich an Popularität gewonnen (s. zum Beispiel Ang (2002), Ang und Chen (2002) und Guidolin und Timmermann (2005, 2006, 2007, 2008)). Dazu hat neben einer erheblichen Verbesserung der statistischen Anpassung<sup>3</sup> auch der Umstand beigetragen, dass diese Modellklasse es gestattet, an der Annahme gemeinsam normalverteilter Renditen festzuhalten, wodurch z. B. die Abhängigkeitsstruktur nach wie vor mit Hilfe von Korrelationen analysiert und interpretiert werden kann. Allerdings gilt diese Normalverteilung nun *bedingt* auf einen gegebenen Marktzustand. Wir führen dazu eine Marktzustandsvariable  $s_t$  explizit ein. Für

$$f(r_t | s_t = j) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2} \sqrt{|\Sigma_j|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (r_t - \mu_j)' \Sigma_j^{-1} (r_t - \mu_j) \right\}, \quad j = 1, \dots, k, \quad (2)$$

wobei  $\mu_j$  und  $\Sigma_j$  nun die regimeabhängigen Mittelwerte und Kovarianzmatrizen der Renditen für Regime  $j$  sind. Dabei ist festzuhalten, dass die Renditen im Rahmen eines solchen Modells nur *bedingt* normalverteilt sind; die unbedingte Verteilung erlaubt sowohl Schiefe und schwere Ränder als auch komplexe inter-

diese gilt, wenn wir von  $k$  möglichen Marktzuständen (oder *Regimen*) ausgehen,  $s_t \in \{1, \dots, k\}$ . Im oft unterstellten Fall mit zwei Regimen (also  $k = 2$ ) können wir etwa an Bullen- und Bärenmärkte denken, aber auch komplexere Renditeprozesse sind vorstell- und oft auffindbar. Die Bestimmung von  $k$  ist grundsätzlich ein empirisches Problem, dessen statistische Lösung sich allerdings als sehr schwierig herausstellt, so dass meist auf heuristische und pragmatische Ansätze zurückgegriffen wird. Bei kurzen Zeitreihen ist die Beschränkung auf den Fall  $k = 2$  zur Vermeidung von Überanpassung (*Overfitting*) oft sinnvoll.<sup>4</sup> Die Verteilung des ( $N$ -dimensionalen) Renditevektors zum Zeitpunkt  $t$ ,  $r_t$ , ist eine Funktion des aktuellen Marktzustandes  $s_t$ ; eine häufig getroffene (und für Monatsdaten nicht unplausible) Annahme ist die *bedingte* Normalverteilung, d. h.,

temporale Abhängigkeitsstrukturen im Einklang mit den empirisch vorfindbaren Eigenschaften der Renditen. Schließlich benötigen wir eine Annahme über den Prozess, der die Marktregime generiert. Ein bewährtes Modell ist eine Markov-Kette mit Übergangsmatrix

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{k1} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{1k} & \cdots & p_{kk} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

<sup>3</sup> So kann etwa die vielfach dokumentierte asymmetrische Korrelationsstruktur zwischen Aktienmärkten durch Regime-switching-Modelle recht präzise beschrieben werden, s. z. B. Haas und Mittnik (2008) für ein Beispiel.

<sup>4</sup> In der Statistik spricht man vom Problem des Overfittings, wenn die Komplexität eines geschätzten Modells den Informationsgehalt der verwendeten Daten übersteigt. Dies hat zur Folge, dass das geschätzte Modell zwischen tatsächlichen Strukturen und reinen Zufälligkeiten, die in den Daten enthalten sind, nicht unterscheiden kann und Zufälligkeiten als Struktur vorgibt.

wobei  $p_{ij} = \Pr(s_t = j | s_{t-1} = i)$  die Wahrscheinlichkeit eines Übergangs aus dem

Regime  $i$  in das Regime  $j$  darstellt. Im Fall  $k = 2$  (zwei Regime) haben wir also

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix}.$$

Befinden wir uns gegenwärtig in Regime 1, so werden wir mit Wahrscheinlichkeit  $p_{11}$  auch in der folgenden Periode (Monat) dort verbleiben, und mit Wahrscheinlichkeit  $p_{12} = 1 - p_{11}$  werden wir in das Regime 2 übergehen. Je größer also  $p_{11}$  ist, desto größer ist die *Persistenz* des ersten Marktregimes. Im Allgemeinen erwarten wir, dass die Marktregime recht beständig sind; dann sind die Diagonalelemente der Übergangsmatrix relativ groß. Wie lange verweilt das System im Mittel in einem gegebenen Regime, d. h., wie lange dauert im Mittel etwa ein Bärenmarkt? Nehmen wir an, wir befinden uns in Regime 1. Die Zahl der Perioden bis zum Verlassen dieses Regimes ist dann geometrisch verteilt mit Parameter  $p_{11}$ , d. h., mit

Wahrscheinlichkeit  $p_{11}^{d-1} (1 - p_{11})$  wird der Markt genau  $d$  Perioden in Regime 1 verbleiben, und die erwartete Dauer  $D$  beträgt somit  $E(D) = \sum_{d=1}^{\infty} d p_{11}^{d-1} (1 - p_{11}) = 1 / (1 - p_{11})$ . Sei nun  $\pi_{\infty} = (\pi_{1,\infty}, \dots, \pi_{k,\infty})'$  der Vektor der stationären Wahrscheinlichkeiten des Markov-Prozesses. Diese können aus der Übergangsmatrix  $P$  berechnet werden<sup>5</sup> und geben an, mit welcher Wahrscheinlichkeit sich das System „im Durchschnitt“ oder „auf lange Sicht“ in einem gegebenen Regime befindet. Gilt etwa  $k = 2$  und  $\pi_{\infty} = (0.8, 0.2)'$ , so werden wir uns über einen längeren Zeitraum hinweg in etwa 80% der Perioden (Monate) in Regime 1 befinden. Es gilt für den unbedingten Mittelwert  $\mu$  und die unbedingte Kovarianzmatrix  $\Sigma$  der Renditen

$$\mu = \sum_{j=1}^k \pi_{j,\infty} \mu_j \quad (4)$$

und

$$\Sigma = \sum_{j=1}^k \pi_{j,\infty} \Sigma_j + \sum_{j=1}^k \pi_{j,\infty} (\mu_j - \mu)(\mu_j - \mu)'. \quad (5)$$

Während also der unbedingte Mittelwert eine lineare (mit den unbedingten Regimewahrscheinlichkeiten gewichtete) Kombination der regimespezifischen Mittelwerte ist, gilt für die Kovarianzmatrix kein entsprechender Zusammenhang. Dies bedeutet, dass die unbedingten Korrelationen keine einfachen Linearkombinationen der regimespezifischen Korrelationen sind. In den Anwendungen sind jedoch oft nicht die unbedingten, sondern

vielmehr die bedingten Momente von Bedeutung (bedingt auf die vorliegende Information, z. B. vergangene Renditen). In diesem Fall müssen in den Formeln (4) und (5) die unbedingten Regimewahrscheinlichkeiten  $\pi_{j,\infty}$  durch die entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeiten ersetzt werden. Zur Berechnung dieser bedingten Wahrscheinlichkeiten s. Kap. 22 in Hamilton (1994) oder Frühwirth-Schnatter (2006). Alle Parameter

<sup>5</sup> Im Falle von zwei Regimen gilt z. B.  $\pi_{1,\infty} = (1 - p_{22}) / (2 - p_{11} - p_{22})$  und  $\pi_{2,\infty} = 1 - \pi_{1,\infty} = (1 - p_{11}) / (2 - p_{11} - p_{22})$ .

eines solchen Markov-switching-Modells (d. h., die  $k(k-1)$  freien Parameter in  $P$  und jene der regimespezifischen Verteilungen aus Gleichung (3)) werden simultan unter Verwendung der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt, d. h., es erfolgt keine *a priori* Einteilung der beobachteten Renditen in bestimmte Regime. In diesem Zusammenhang kann auf einen weiteren Vorteil der hier behandelten Modellklasse hingewiesen werden: Obgleich es sich um ein nichtlineares Modell handelt, dessen Parameterschätzer nicht in einfacher Form (d. h. als geschlossene Formel) angegeben werden können, steht mit dem EM-Algorithmus ein Instrument zur Verfügung, mit dessen Hilfe die Schätzung auch in höheren Dimensionen numerisch stabil und zuverlässig als iterative Abfolge recht einfacher (und geschlossen darstellbarer) Rechenschritte durchgeführt werden kann. Dabei können auch Restriktionen der Korrelationsstrukturen, wie sie etwa in der Form von Faktormodellen in der Praxis weit verbreitet sind, in flexibler Weise berücksichtigt werden (s. z. B. McLachlan und Peel (2000) für eine umfassende Darstellung).

## Copulas

Das Werkzeug der *Copulas*<sup>6</sup> (s. z. B. Nelsen, 1999) wird genutzt, um die Verteilungseigenschaften einzelner Variablen (also deren univariate Randverteilungen) von ihrer gemeinsamen Verteilung zu trennen. Die Copula „koppelt“ somit die einzelnen Komponenten und beschreibt dabei vollständig deren Abhängigkeitsstruktur.

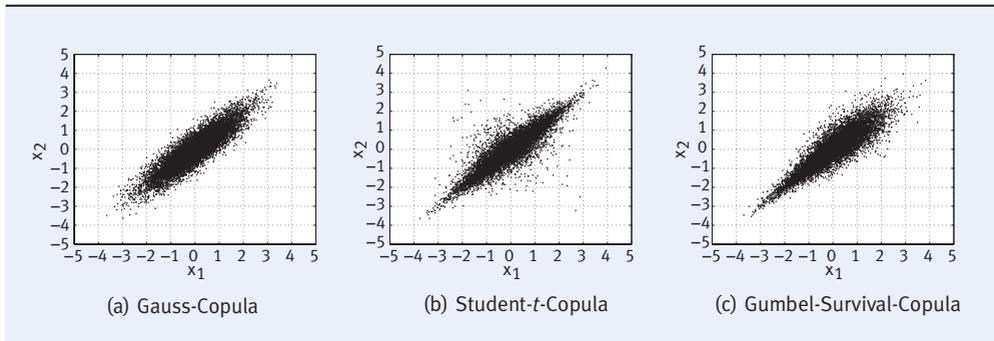
Verschiedenste Copula-Familien können zur Abhängigkeitsmodellierung genutzt werden. Die *Gauss-Copula*, wohl die prominenteste unter ihnen, entspricht bei Anwendung auf normalverteilte Einzelkomponenten der multivariaten Normalverteilung aus dem Markowitzschen Portfolioansatz; die *Student-t-Copula* korrespondiert dagegen mit einer multivariaten  $t$ -Verteilung. Sie kann also die Eigenschaft der *Tail Dependence* modellieren, welche impliziert, dass die Wahrscheinlichkeit gemeinsamer starker Marktbewegungen größer ist als unter der Normalverteilungsannahme. Dabei steuert der zusätzliche Parameter die Anzahl der Freiheitsgrade,  $\nu$ , das Ausmaß der Tail Dependence: Je kleiner sein Wert, desto stärker diese – von der Normalverteilung nicht abzubildende – Form der Abhängigkeit.

Abbildung 3 zeigt Streudiagramme aus jeweils 10.000 Zufallsziehungen verschiedener Copulas, für welche eine identische (Kendall-)Rangkorrelation<sup>7</sup> von 0,7 angenommen wurde. Die Randverteilungen wurden dabei in jedem Fall als normalverteilt modelliert, so dass die zu beobachtenden Unterschiede rein auf der verwendeten Copula basieren. Die Tail Dependence der  $t$ -Copula (hier mit  $\nu = 2$  Freiheitsgraden) ist an den in Teil (b) vermehrt auftretenden extremen Beobachtungen zu erkennen. So sind z. B. im Falle der Normalverteilung vier Beobachtungen sowohl hinsichtlich  $x_1$  als auch bezüglich  $x_2$  kleiner als  $x = -3$ ; für die  $t$ -Verteilung sind es dagegen 15 Datenpunkte. Jedoch sind sowohl die Gauss- als auch die  $t$ -Copula symmetrisch

6 Das Wort stammt aus dem Lateinischen und bezeichnet ganz allgemein ein Bindeglied (von *con*-zusammen, *apere/apisci* verbinden).

7 Dieses (nichtlineare) Assoziationsmaß errechnet sich aus der Anzahl gleich- und gegensinnig geordneter Paare in der Stichprobe. Es ist allgemeiner als die Pearson-Korrelation und besitzt entscheidende Vorzüge gegenüber derselben; insbesondere ist die Kendall-Rangkorrelation invariant unter monotonen Transformationen, ändert sich also z. B. bei Währungsumrechnungen nicht.

Abbildung 3: Abhängigkeitsstrukturen verschiedener Copulas



und daher nicht imstande, unterschiedliche Abhängigkeitsstrukturen positiver und negativer Extrembewegungen zu modellieren. Dies kann dagegen mit *archimedischen Copulas* erreicht werden. Beispielhaft zeigt Abbildung 3 (c) die Gumbel-Survival-Copula, welche ausschließlich im linken Extrembereich Tail

Dependence impliziert. Somit kann hier sowohl das vermehrte Auftreten gemeinsamer extremer Verluste als auch unterschiedliche Beziehungen zwischen Anlageklassen in Bullen- und Bärenmärkten aufgefangen werden, wodurch eine realistischere Modellierung ermöglicht wird.



# 3

## Empirischer Vergleich

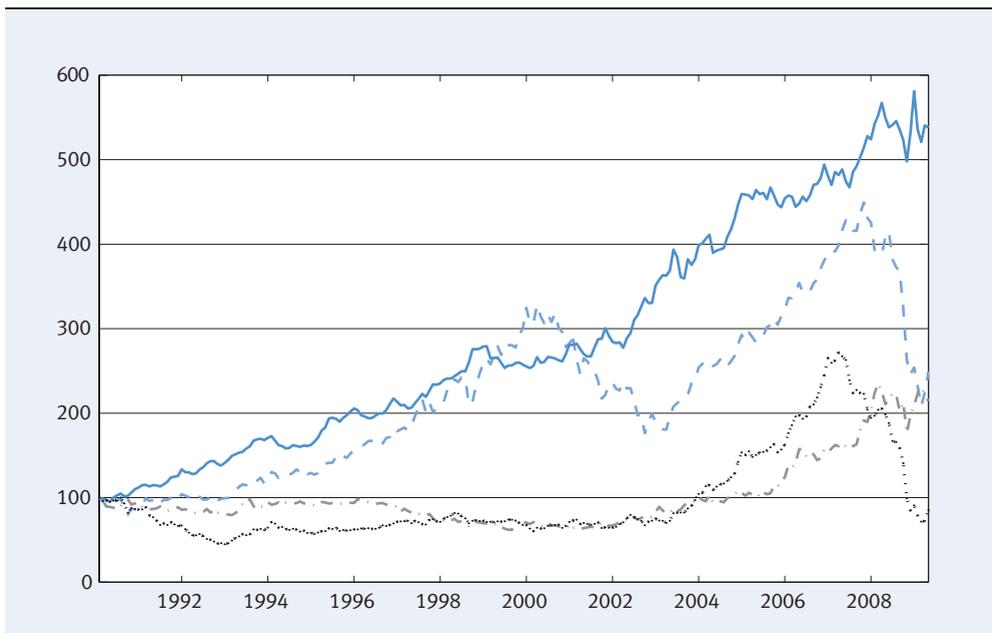


Um die Zweckmäßigkeit der alternativen Modellansätze zu illustrieren, betrachten wir im Folgenden vier „klassische“ Assetklassen, nämlich Aktien, Anleihen, Gold und Immobilien. Die Renditeentwicklung der Assetklassen Aktien, Anleihen und Immobilien messen wir, in dieser Reihenfolge, durch die Indizes MSCI Welt, CitiGroup World Government Bond 10+ und FTSE EPRA/NAREIT Europa. Wir untersuchen prozentuale diskrete Monatsrenditen<sup>8</sup> über den Zeitraum von Januar 1990 bis April 2009 ( $T = 232$  monatliche Renditen)<sup>9</sup>.

### Dateneigenschaften

Die normierten Kurszeitreihen sind in Abbildung 4 dargestellt; die Zeitreihen der Renditen finden sich gemeinsam mit ihren Histogrammen (und angepasster Normalverteilung) in Abbildung 5; Scatterplots der verschiedenen *bivariaten* Verteilungen werden in Abbildung 6 präsentiert.

Abbildung 4: Normierte Kurszeitreihen



- Immobilien
- Gold
- Anleihen
- Aktien

<sup>8</sup> Dies sind die prozentualen Veränderungen eines Indizes, d. h., wenn  $P_{it}$  der Indexstand des Wertpapiers  $i$  zum Zeitpunkt  $t$  ist, dann ist die diskrete prozentuale Rendite durch  $r_{it} = 100 \times (P_{it} - P_{i,t-1}) / P_{i,t-1}$  gegeben. Demgegenüber werden in der akademischen Forschung, insbesondere in der Zeitreihenanalyse, oftmals stetige Renditen,  $r_{it}^s = 100 \times \log(P_{it} / P_{i,t-1})$ , verwendet. Für portfolioanalytische Anwendungen sind diskrete Renditen jedoch vorzuziehen; für eine Diskussion der beiden Renditekonzepte vgl. Kap. 1 in Campbell et al. (1997).

<sup>9</sup> Alle Renditen werden in US-Dollar gemessen.

Abbildung 5: Zeitreihen und Histogramme

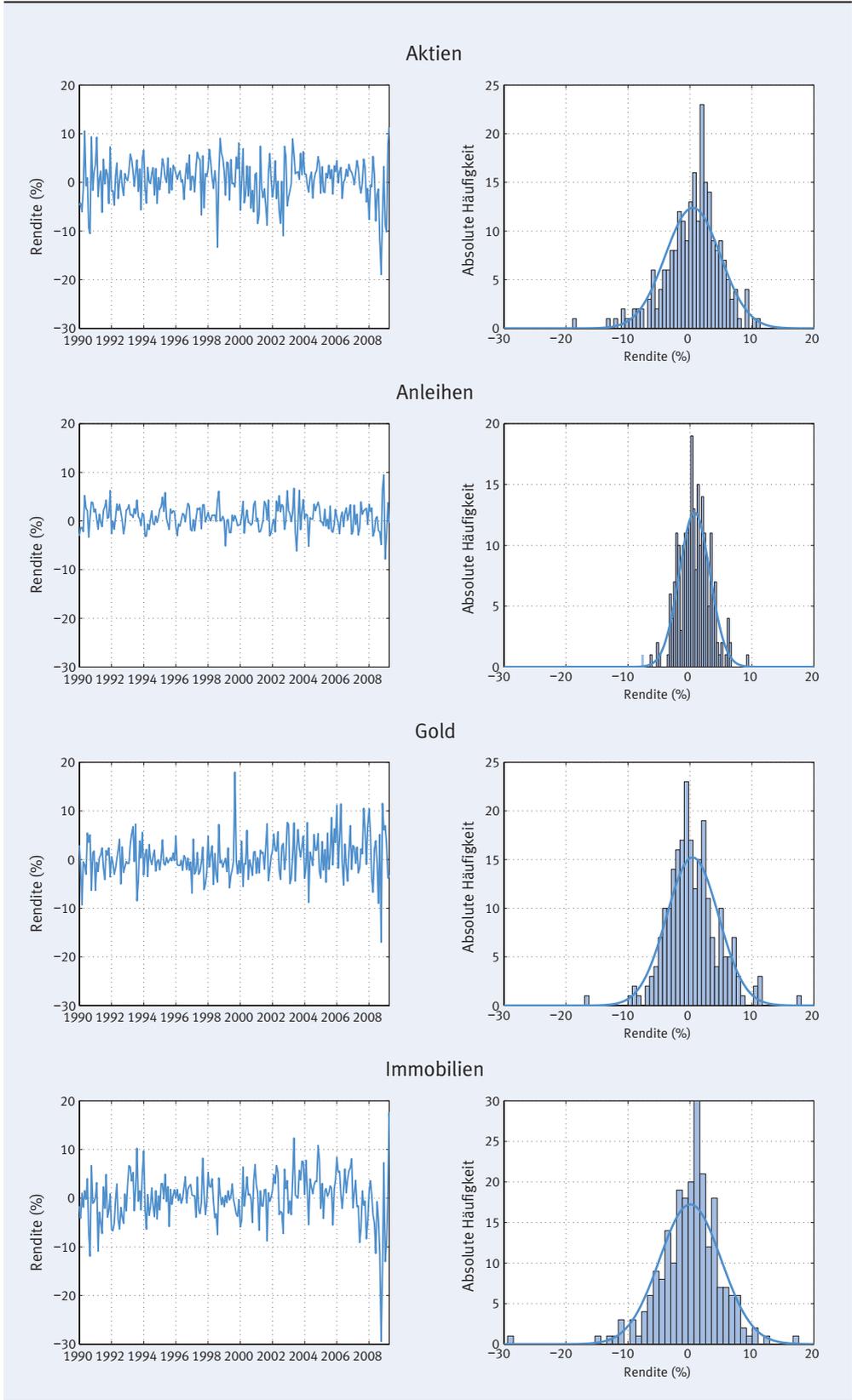
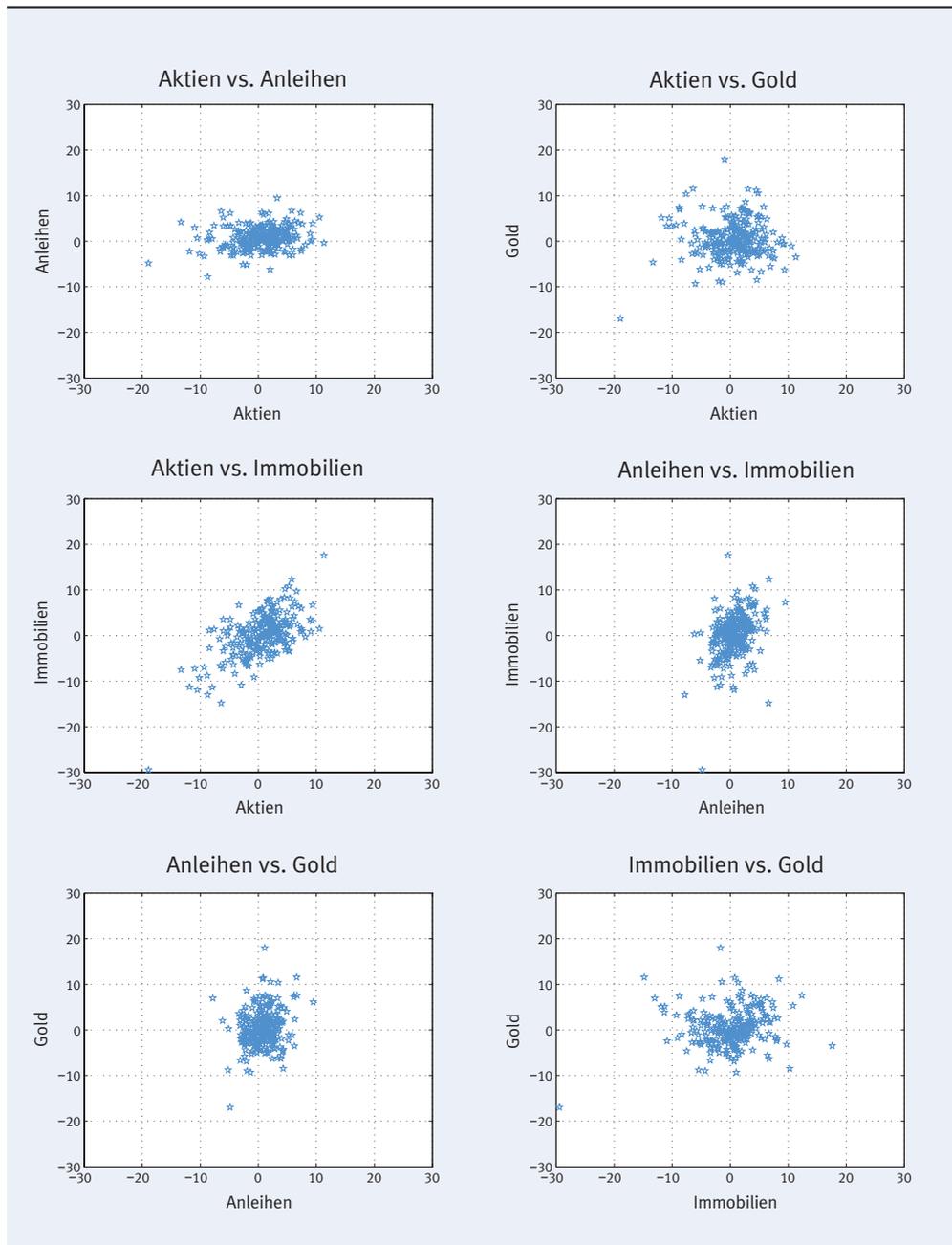


Abbildung 6: Streuungsdiagramme



Die Histogramme – gemeinsam mit den darüber gelagerten angepassten Normalverteilungskurven in Abbildung 5 – zeigen deutlich einige typische Abweichungen der empirischen Verteilungen (repräsentiert durch Stabdiagramme) von der Normalverteilungsannahme, insbesondere eine höhere Wahrscheinlichkeit von recht großen positiven und negativen Kursschwankungen und eine gewisse Schiefe – insbesondere bei Aktien und Immobilien –, die sich in der erhöhten Wahrscheinlichkeit sehr großer negativer Ausschläge („Crashes“) manifestiert. Die ausgeprägten Abhängigkeiten zwischen den Assetklassen werden durch die Scatterplots in Abbildung 6 deutlich, wobei jene zwischen Gold und den anderen Klassen weniger stark sind. Dies kann man auch der ersten Spalte von Tabelle 1 entnehmen, in der die ersten und zweiten Stichprobenmomente der Renditezeitreihen berichtet werden, d. h., die historischen Mittelwerte, Varianzen, Kovarianzen und Korrelationen: Die Korrelationen des Goldes mit den anderen Anlageklassen sind recht klein; insbesondere sind Aktien und Gold praktisch unkorreliert. Die stärkste unbedingte Korrelation besteht mit 0,635 zwischen Aktien und Immobilien.<sup>10</sup>

### Schätzergebnisse

Wir diskutieren zunächst die Ergebnisse für die Regime-switching-Modelle. Der untere Abschnitt von Tabelle 1 gibt für Regime-switching-Modelle mit  $k = 1, 2$  und  $3$  Regimen den Wert der maximierten Loglikelihoodfunktion sowie das Bayesianische Informationskriterium (BIC) an, welches sich sowohl in theoretischer als auch in praktischer Hinsicht als Instrument zur Modellselektion im Rah-

men von Regime-switching-Modellen eignet (Leroux (1992)). Es gilt  $BIC = -2 \times \log L + K \log T$ , wobei  $\log L$ ,  $K$  und  $T$  in dieser Reihenfolge die maximierte Loglikelihood, die Zahl der geschätzten Parameter und der Stichprobenumfang sind. Ein kleines BIC wird vorgezogen, die Aufnahme weiterer Parameter (durch die sich  $\log L$  in jedem Fall erhöht) wird also durch den Term  $K \log T$  „bestraft“. Das Modell mit zwei Regimen (und 30 Parametern) wird gegenüber dem Modell mit drei Regimen (und 48 Parametern) bevorzugt. Beide Modelle sind gegenüber der einfachen Normalverteilung (ein Regime) mit 14 Parametern reich parametrisiert; jedoch zieht das BIC das Modell mit zwei Regimen auch gegenüber der Normalverteilung mit nur einem Regime vor; das Modell mit drei Regimen wird hingegen aufgrund der hohen Zahl der zu schätzenden Parameter nicht gegenüber dem einfachen Modell präferiert.

Die Parameterschätzer für Regime-switching-Modelle mit  $k = 1, 2, 3$  Regimen finden sich ebenfalls in Tabelle 1. Der Fall  $k = 1$  entspricht dabei der einfachen Normalverteilung; die angegebenen Mittelwerte, Varianzen und Korrelationen entsprechen daher den Stichprobenmomenten. Der Renditevektor zum Zeitpunkt  $t$  ist gegeben durch  $r_t = (r_{\text{Aktien},t}, r_{\text{Anleihen},t}, r_{\text{Gold},t}, r_{\text{Immobilien},t})$ .

Im vom BIC bevorzugten Modell mit zwei Regimen identifizieren wir nun ein Bullen- (Regime 1) und ein Bärenmarktregime (Regime 2). Letzteres ist für alle Anlageklassen durch deutlich höhere Volatilitäten als im Bullenmarktregime gekennzeichnet. Die Mittelwerte des Aktien- und des Immobilienmarktes sind negativ im Bärenmarktregime,

<sup>10</sup> Diese recht hohe Korrelation wirft die Frage auf, in welchem Umfang Immobilienaktien als Substitut für Direktanlagen in Immobilien dienen können, denen im Allgemeinen eine geringe Korrelation mit den Aktienmärkten bescheinigt wird, s. dazu etwa Maurer und Sebastian (1999).

Tabelle 1: Schätzergebnisse für Regime-switching-Modelle:  $\Sigma_j/R_j, j = 1, 2, 3$ , sind die Kovarianz-/Korrelationsmatrizen; die **Korrelationskoeffizienten** befinden sich **fett** im linken unteren Teil der entsprechenden Matrizen; die **Anordnung der Assetklassen** ist wie folgt: **Aktien, Anleihen, Gold, Immobilien**;  $\pi_\infty$  ist die stationäre Verteilung des Markov-Prozesses, i.e., es enthält die langfristigen Durchschnittswahrscheinlichkeiten

	1 Regime (Normalverteilung)			2 Regime			3 Regime		
$\mu'_1$	(0.474, 0.745, 0.428, 0.051)	(1.117, 0.603, 0.027, 0.623)	(1.108, 0.593, -0.714, -0.772)						
$\Sigma_1/R_1$	$\begin{pmatrix} 19.61 & 2.235 & 0.261 & 13.98 \\ \mathbf{0.204} & 6.129 & 2.112 & 4.581 \\ \mathbf{0.014} & \mathbf{0.204} & 17.54 & 2.823 \\ \mathbf{0.635} & \mathbf{0.372} & \mathbf{0.136} & 24.70 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 11.81 & 1.856 & 1.558 & 5.600 \\ \mathbf{0.246} & 4.803 & 1.424 & 3.611 \\ \mathbf{0.135} & \mathbf{0.193} & 11.30 & 3.759 \\ \mathbf{0.432} & \mathbf{0.437} & \mathbf{0.296} & 14.22 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 13.28 & 3.706 & -0.469 & 5.744 \\ \mathbf{0.470} & 4.682 & 0.239 & 2.796 \\ \mathbf{-0.051} & \mathbf{0.044} & 6.303 & -0.958 \\ \mathbf{0.491} & \mathbf{0.403} & \mathbf{-0.119} & 10.30 \end{pmatrix}$						
$\mu'_2$	-	(-2.202, 1.450, 2.111, -2.393)	(0.532, 0.945, 1.091, 1.316)						
$\Sigma_2/R_2$	-	$\begin{pmatrix} 43.95 & 5.714 & 0.544 & 42.09 \\ \mathbf{0.260} & 10.96 & 3.885 & 10.71 \\ \mathbf{0.013} & \mathbf{0.183} & 40.96 & 3.965 \\ \mathbf{0.801} & \mathbf{0.408} & \mathbf{0.078} & 62.79 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 15.97 & -1.298 & 2.158 & 9.543 \\ \mathbf{-0.139} & 5.495 & 2.539 & 3.159 \\ \mathbf{0.126} & \mathbf{0.253} & 18.36 & 4.232 \\ \mathbf{0.549} & \mathbf{0.310} & \mathbf{0.227} & 18.89 \end{pmatrix}$						
$\mu'_3$	-	-	(-3.710, 0.316, 2.058, -5.055)						
$\Sigma_3/R_3$	-	-	$\begin{pmatrix} 68.35 & 19.51 & 1.184 & 84.21 \\ \mathbf{0.542} & 18.96 & 9.668 & 22.21 \\ \mathbf{0.017} & \mathbf{0.270} & 67.44 & 10.96 \\ \mathbf{0.926} & \mathbf{0.464} & \mathbf{0.121} & 120.96 \end{pmatrix}$						
$P$	1	$\begin{pmatrix} 0.936 & 0.263 \\ 0.064 & 0.737 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.938 & 0.019 \\ 0.039 & 0.970 \end{pmatrix}$						
$\pi'_\infty$	1	(0.803, 0.197)	(0.400, 0.519, 0.081)						
log L	-2479.7	-2429.5	-2395.5						
BIC	5035.6	5022.3	5052.2						

während jene der Anleihen und des Goldes in diesem Regime positiv und sogar höher sind als im Bullenmarkt. Bezüglich der Korrelationen beobachten wir die größten Unterschiede im Paar Aktien/Immobilien. Die Korrelation zwischen diesen Wertpapierklassen ist mit 0,8 im Bärenmarkt deutlich höher als im Bullenmarkt mit 0,43. Wie Abbildung 7 zeigt, reproduzieren die theoretischen Überschreitungskorrelationen (1) des angepassten Regime-switching-Modells für dieses Paar die empirischen Asymmetrien sehr viel besser als jene der Normalverteilung. Die Korrelation zwischen Aktien und Gold ist im Bärenmarkt praktisch Null, jedoch ist die Korrelation zwischen diesen beiden Anlageklassen generell niedrig (ähnliches gilt für die Paarung Immobilien/Gold). Die Korrelationen zwischen den Anleihen und den anderen Wertpapierklassen unterscheiden sich zwischen den Regimen nur unwesentlich. Der Übergangsmatrix  $P$  entnehmen wir weiter, dass das Bullenmarktregime mit einer „Verbleibwahrscheinlich-

keit“ von  $p_{11} = 0,936$  und einer erwarteten Dauer von  $1/(1 - 0,936) = 15,5$  Monaten sehr viel beständiger ist als das Bärenmarktregime mit den entsprechenden Werten von  $p_{22} = 0,737$  und  $1/(1 - 0,737) = 3,8$ . Die unbedingten Regimewahrscheinlichkeiten betragen etwa 0,8 und 0,2, d. h., auf lange Sicht erleben wir in 80% der Monate einen „Bullenmarkt“. Die aus dem Modell errechneten Wahrscheinlichkeiten für das Hochvolatilitätsregime (Regime 2) werden schließlich in Abbildung 8 dargestellt. Wie erwartet, wurde die jüngste Krise (wie auch vorangegangene Perioden hoher Volatilität) dem Modell zufolge mit hoher Wahrscheinlichkeit von diesem Hochvolatilitätsregime generiert. Das Modell würde daher für diese Perioden deutlich höhere Volatilitäten und teilweise höhere Korrelationen sowie negative Renditeerwartungswerte – mit den entsprechenden Konsequenzen für das Risiko der Anlagen – prognostizieren.

Abbildung 7: Empirische und theoretische Überschreitungskorrelationen (1) für das Paar Aktien/Immobilien

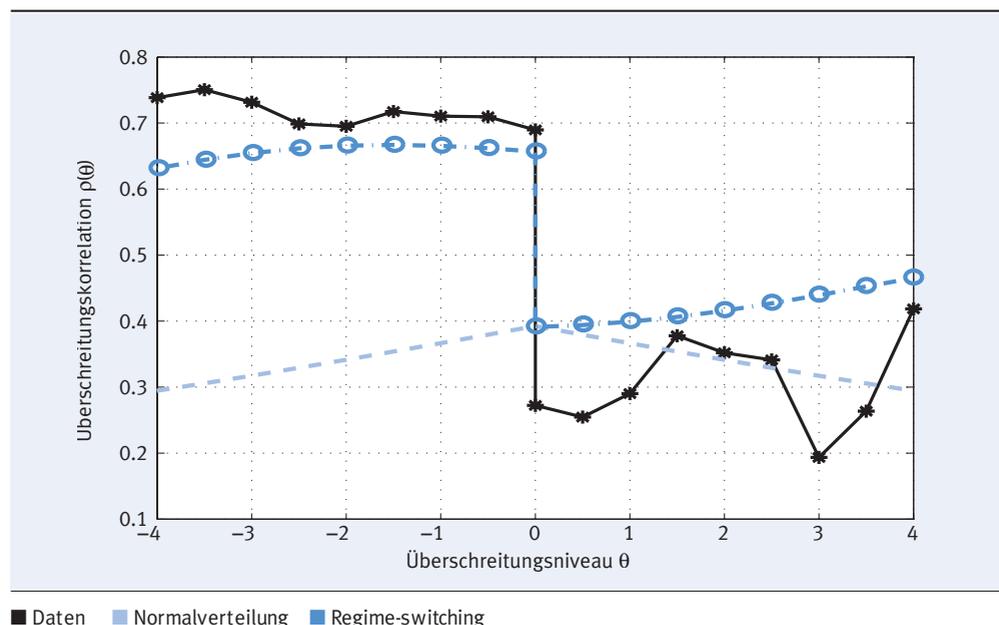
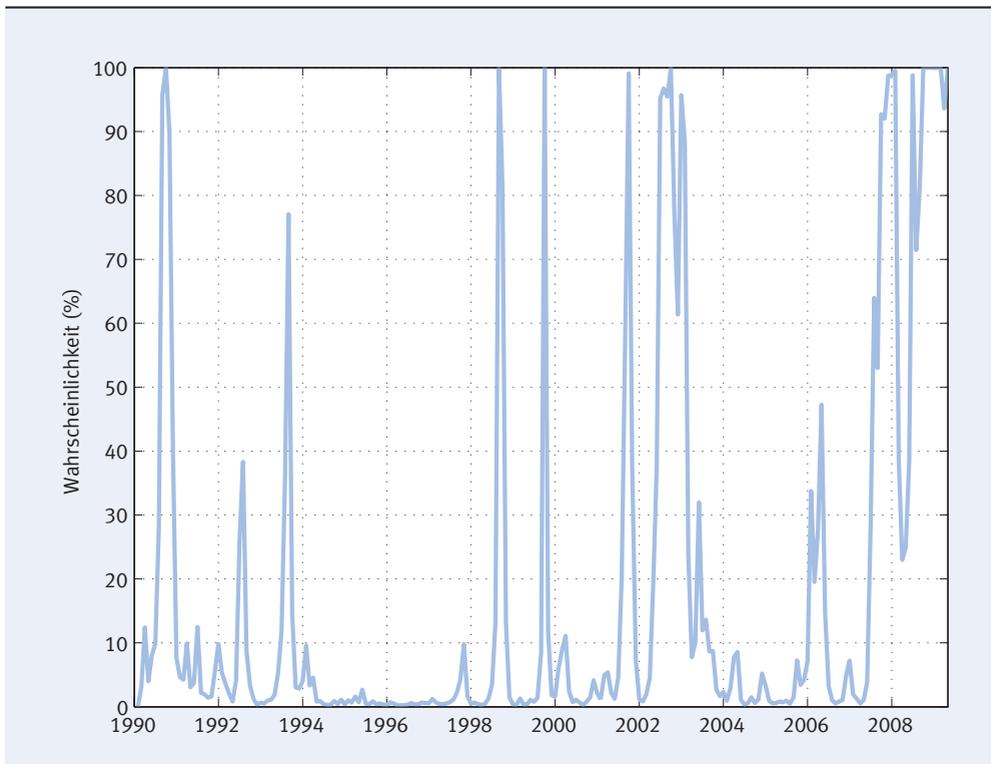


Abbildung 8: Wahrscheinlichkeiten für das Hochvolatilitätsregime



Wir haben gesehen, dass die beiden Regime in dem von uns präferierten Modell sich bezüglich der erwarteten Renditen, Volatilitäten und Korrelationen unterscheiden. Wir wollen nun noch testen, ob die Unterschiede entlang jeder dieser Dimensionen auch für sich genommen als signifikant angesehen werden können. Denn es könnte z. B. der Fall sein, dass die Verbesserungen des Mischungsmodells sich allein durch die Existenz von Phasen hoher und niedriger Volatilität erklären lassen, während die geschätzten Differenzen in den Mittelwerten und den Kor-

relationen nicht signifikant sind. Zu diesem Zweck verwenden wir Likelihood-Quotienten-Tests und schätzen das Modell mit zwei Regimen unter den folgenden Restriktionen:

- 1  $\mu_1 = \mu_2$ , d. h., die erwarteten Renditen in beiden Regimen unterscheiden sich nicht.
- 2  $R_1 = R_2$ , d. h., die Korrelationsstruktur beider Regime ist identisch.
- 3  $\mu_1 = \mu_2$  und  $R_1 = R_2$ ; diese Kombination aus den Restriktionen 1. und 2. impliziert, dass sich die Regime allein bezüglich ihrer Volatilitäten unterscheiden.

Tabelle 2: Testergebnisse für ausgewählte Modellrestriktionen: \*\* und \*\*\* bedeutet Signifikanz auf dem 5%- bzw. 1%-Niveau eines Likelihood-Quotienten-Tests des jeweiligen restringierten gegen das unrestringierte Modell mit zwei Regimen.

Modell	unrestringiert	$\mu_1 = \mu_2$	$R_1 = R_2$	$\mu_1 = \mu_2$ & $R_1 = R_2$
log L	-2429,5	-2435,8**	-2436,2**	-2441,3***

Die Ergebnisse dieser Tests in Tabelle 2 zeigen, dass alle genannten Restriktionen gegen das allgemeine Modell verworfen werden. Dies spricht dafür, dass die Regime nicht nur durch unterschiedliche Volatilitäten, sondern auch durch unterschiedliche Korrelationen und Erwartungswerte gekennzeichnet sind. Ein Vergleich der Loglikelihoodwerte in Tabelle 2 mit dem entsprechenden Wert für das Modell mit nur einem Regime in Tabelle 1 zeigt aber auch, dass die regimeabhängigen Volatilitäten den weitaus größten Teil der Verbesserung gegenüber dem einfachen Modell erklären.

Als Alternative zum Regime-Switching-Ansatz wurden für die betrachteten Assetklassen verschiedene Copulas mittels der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Dabei wurden für die univariaten Randverteilungen keine Verteilungsmodelle angenommen, sondern die empirische Verteilung genutzt. Die Motivation dafür ist, dass hier die Analyse von Abhängigkeitsstrukturen im Vordergrund steht, welche durch eine (möglicherweise falsche) Spezifikation der Einzelkomponenten „verwässert“ werden könnte. Prinzipiell ist eine Erweiterung um eine parametrische Modellierung der Randverteilungen jedoch ohne weiteres möglich und in der Praxis vorzuziehen.

Neben den beschriebenen Gauss-, Student- $t$ - und Gumbel-Survival-Copulas wurden weitere archimedische Copulas verwendet. Die Clayton-Copula als Alternative zur Gumbel-Survival-Copula beinhaltet ebenfalls Lower Tail Dependence, während die Gumbel-Copula, deren „Spiegelbild“ die Gumbel-Survival-Copula ist, *Upper Tail Dependence* – also verstärktes Auftreten gemeinsamer positiver Extrembewegungen – modelliert.

Das bereits eingeführte Konzept der Überschreitungskorrelation kann auch hier zur

Darstellung der Ergebnisse verwendet werden. Tabelle 3 zeigt die so ermittelten empirischen Überschreitungskorrelationen sowie jene, welche sich aus den verschiedenen Copula-Modellen ergeben, für  $\theta = 0$ .

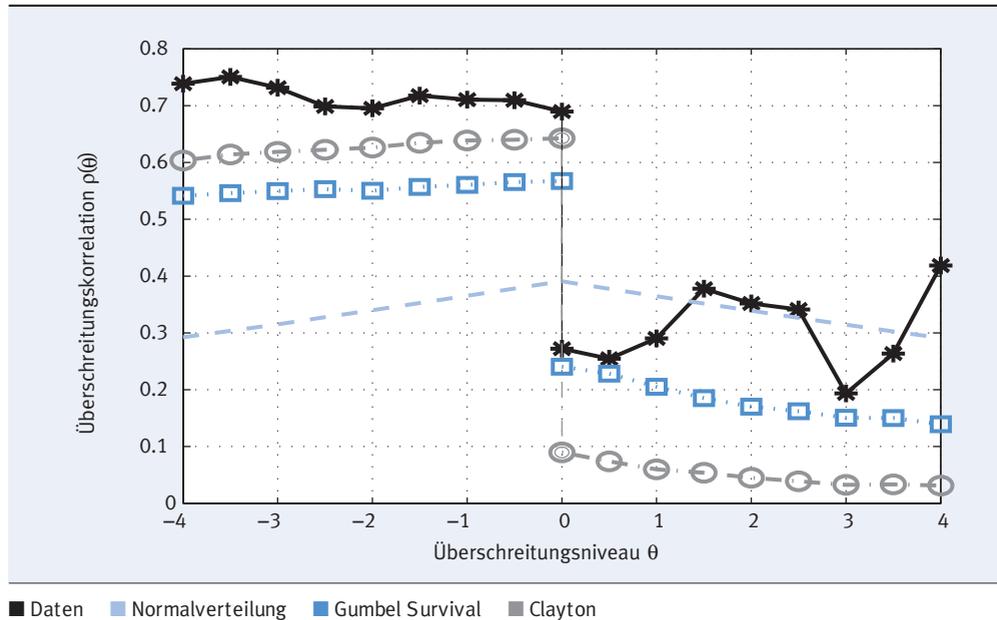
Zunächst ist festzuhalten, dass die Gauss-Copula für negative Renditen in allen Fällen die empirischen Überschreitungskorrelationen unterschätzt; die Verwendung der Normalverteilungsannahme würde also die in Krisenzeiten zu erzielenden Diversifikationseffekte deutlich überschätzen. Generell modellieren Copulas, welche Tail Dependence implizieren – wie die  $t$ -Copula – das zu beobachtende Verhalten besser; so liegen auch die sich in diesem Modell ergebenden Werte für negative Renditen näher an den tatsächlichen. Gleichzeitig können jedoch asymmetrische Copulas, welche eine höhere Wahrscheinlichkeit gemeinsamer negativer Entwicklungen implizieren, die empirisch beobachtete Abhängigkeitsstruktur deutlich und für alle Märkte am besten replizieren. Es lässt sich somit festhalten, dass im Copula-Ansatz für die vorliegenden Daten die Gumbel-Survival und die Clayton-Copula die Struktur der Überschreitungskorrelation am besten wiedergeben können. Dies illustriert Abbildung 9 am Beispiel des Paares Aktien/Immobilien.

Was bedeuten die gewonnenen Ergebnisse nun für die Risikoeinschätzung? Beispielhaft kann dies unter Verwendung des gängigen *Value-at-Risk-Maßes* (VaR) gezeigt werden. Abbildung 10 vergleicht die sich unter verschiedenen Modellen ergebenden VaRs von Portfolios, welche gleichmäßig auf jeweils zwei der betrachteten Assetklassen aufgeteilt werden. Während die Werte im Fall des Regime-Switching-Ansatzes im Zeitablauf variieren, sind sie bei Annahme einer multivariaten Normalverteilung (MVN) sowie bei

Tabelle 3: Überschreitungskorrelationen für negative und positive Renditen (d. h. Schwellenwert  $\theta = 0$ ), basierend auf 100.000 simulierten Werten der jeweils zugrunde liegenden Verteilung mit geschätzten Parameterwerten. Die Ergebnisse für  $t$ -, Gumbel-, Gumbel-Survival- und Clayton-Copula basieren auf den empirischen Randverteilungen der betrachteten Renditen.

	Beobachtet		MVN		t-Copula		Gumbel		Gumbel Survival		Clayton	
	neg.	pos.	neg.	pos.	neg.	pos.	neg.	pos.	neg.	pos.	neg.	pos.
Aktien und Anleihen	0.31	0.17	0.08	0.09	0.31	0.28	0.04	0.21	0.25	0.05	0.25	0.02
Aktien und Gold	0.46	0.02	0.00	0.01	0.18	0.16	0.00	0.01	0.01	-0.00	0.08	0.01
Aktien und Immobilien	0.69	0.27	0.39	0.39	0.37	0.41	0.14	0.48	0.57	0.24	0.64	0.09
Anleihen und Immobilien	0.39	0.23	0.17	0.18	0.34	0.32	0.10	0.38	0.41	0.12	0.41	0.03
Anleihen und Gold	0.44	0.06	0.08	0.09	0.26	0.24	0.03	0.18	0.24	0.04	0.17	0.01
Immobilien und Gold	0.60	0.18	0.05	0.06	0.29	0.25	0.04	0.24	0.14	0.02	0.14	0.01

Abbildung 9: Empirische und theoretische Überschreitungskorrelationen (1) für das Paar Aktien/Immobilien



statischen Copula-Ansätzen konstant. Der historische VaR entspricht hier dem 1%-Quantil der beobachteten Rendite des jeweils betrachteten Portfolios. Bis auf einen Fall (Immobilien und Gold) liegt der sich unter der Markowitzschen Normalverteilungsannahme ergebende VaR unter dem tatsächlichen beobachteten; es ergibt sich also eine Unterschätzung des Risikos. Die Gumbel-Survival-Copula dagegen führt zu einer konservativeren Risikoeinschätzung, da sie die vorhandene Lower Tail Dependence auffängt.

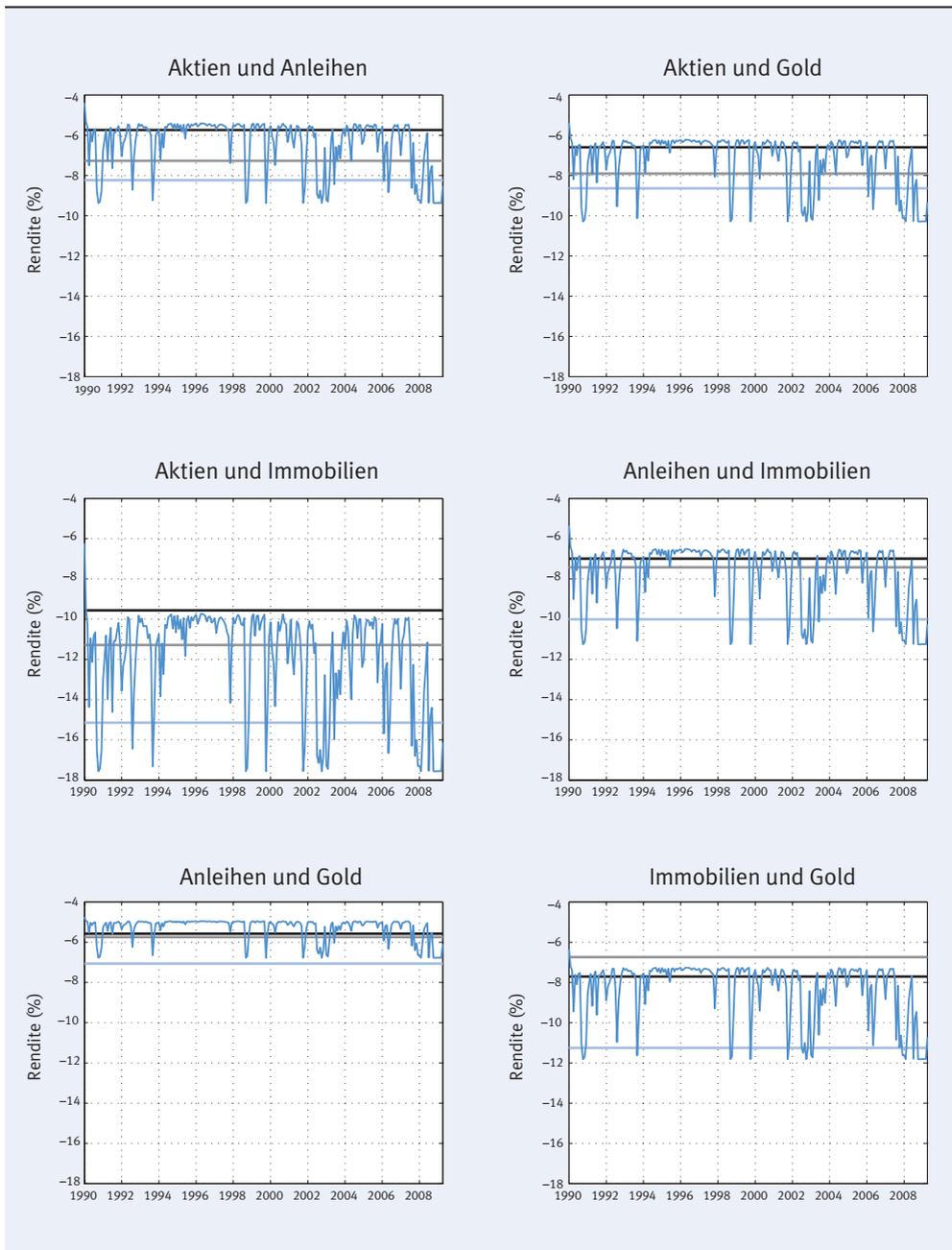
Tabelle 4 zeigt die sich auf diese Weise ergebenden Überschreitungen des VaR unter den verschiedenen Modellierungsansätzen; dabei werden zusätzlich die Konfidenzniveaus von 95% und 90% betrachtet. Während die Unterschiede zwischen den Modellen für letztere nicht eindeutig erscheinen, ist auch hier zu erkennen, dass der 99%-VaR unter der Annahme einer multivariaten Normalverteilung das tatsächliche Risiko tendenziell (und in zwei Fällen signifikant) unterschätzt.

Betrachtet man z. B. das Portfolio aus Aktien und Immobilien, so ergeben sich bei Verwendung der multivariaten Normalverteilung ganze acht Überschreitungen des VaR, während nur zwei Überschreitungen (1% von 232 Beobachtungen) zu erwarten gewesen wären. Wiederum führen Gumbel-Survival-Copula- und Regime-switching-Ansätze zu einer Risikoeinschätzung, welche näher am tatsächlichen Risiko liegt.

### Was besagen die Ergebnisse?

Eine Portfoliostrategie, die auf dem Markowitz-Ansatz beruht, überschätzt die zu erzielenden Diversifikationseffekte in Krisenzeiten. Dies zeigt sich an den Value-at-Risk-Werten in Abbildung 10, welche unter der Markowitzschen Annahme einer multivariaten Normalverteilung bis auf ein Portfolio stets unterhalb der historischen Werte liegen. Das Scheitern einer solchen „simplen“ Diversifikationsstrategie kann auf mehrere Arten begründet werden.

Abbildung 10: Value-at-Risk (99%)



- Historisch
- MVN
- Gumbel Survival
- Regime-switching

Tabelle 4: Value-at-Risk-Überschreitungen: \* und \*\*\* bedeutet Signifikanz auf dem 10% bzw. 1% Niveau. Der Test ist ein einseitiger exakter Binomialtest.

	Überschreitungen		
	1%	5%	10%
<b>Aktien und Anleihen</b>			
Historisch	2	12	23
MVN	5*	12	26
Gumbel Survival	2	7	26
Regime-switching	2	16	27
<b>Aktien und Gold</b>			
Historisch	2	12	23
MVN	3	9	15
Gumbel Survival	2	7	15
Regime-switching	3	11	17
<b>Aktien und Immobilien</b>			
Historisch	2	12	23
MVN	8***	12	18
Gumbel Survival	1	11	20
Regime-switching	2	11	28
<b>Anleihen und Immobilien</b>			
Historisch	2	12	23
MVN	2	10	19
Gumbel Survival	2	10	21
Regime-switching	1	11	22
<b>Anleihen und Gold</b>			
Historisch	2	12	23
MVN	2	7	12
Gumbel Survival	1	7	14
Regime-switching	3	7	14
<b>Immobilien und Gold</b>			
Historisch	2	12	23
MVN	1	6	11
Gumbel Survival	1	5	15
Regime-switching	1	6	15

Zum einen ist die Annahme einer *konstanten* Korrelation über den gesamten Zeitraum anzuzweifeln; vielmehr liegt es nahe, verschiedene Regime zu betrachten, die durch unterschiedliche Parameterkonstellation gekennzeichnet sind. Tabelle 1 zeigt, dass sich auf diese Weise die für Krisen relevanten Korrelationen gesondert extrahieren und im Rahmen von Portfolioentscheidungen berücksichtigen lassen. Somit lautet eine mögliche Antwort auf die Frage, warum eine Diversifikation über gering korrelierte Assetklassen nicht den erhofften Erfolg brachte, dass es eine solche geringe, fixe Korrelation eben nicht gibt, sondern dass vielmehr gerade in turbulenten Phasen (= Regimen) die Korrelationen zwischen den Anlageklassen steigen.

Zum anderen kann argumentiert werden, dass die Korrelation als *lineares* Maß nicht imstande ist, die relevanten Abhängigkeitsstrukturen in Krisenzeiten abzubilden. Tabelle 3 zeigt, dass Copulas mit Lower Tail Dependence die tatsächlichen (bedingten) Korrelationsstrukturen besser reproduzieren als die Markowitzsche multivariate Normalverteilung. Insofern kann die Frage nach der Ursache für das Scheitern der simplen Diversifikation auch dahingehend beantwortet werden, dass eine auf der linearen Korrelation beruhende Diversifikationsstrategie Abhängigkeiten in den Extrembereichen, welche gerade in den heikelsten Phasen des Krisenverlaufs relevant sind, vernachlässigt.<sup>11</sup>

---

<sup>11</sup> Diese Kritik würde in gemäßiger Form auch die hier analysierten Regime-switching-Modelle betreffen. Sie kann am Beispiel des Paares Aktien/Gold eindrucksvoll illustriert werden. Tabelle 1 zeigt, dass diese beiden Assetklassen sowohl über den gesamten Beobachtungszeitraum als auch innerhalb der verschiedenen Regime nur sehr schwach miteinander korrelieren. Die Abhängigkeit in den Extrembereichen zeigt sich dennoch in Abbildung 6, indem nämlich der Monat des größten Verlustes (jeweils fast 20%) für beide Anlageklassen identisch ist.

# 4

## Konsequenzen für die Praxis und weitergehende Entwicklungen



Die hier diskutierten Methoden bieten entscheidende Vorzüge gegenüber der Markowitzschen Normalverteilungsannahme. Die Gefahr der Unterschätzung gemeinsamer Abwärtsbewegungen – und damit einer Überschätzung von Diversifikationseffekten – in Krisenzeiten kann durch eine flexiblere Abhängigkeitsmodellierung deutlich abgemildert werden. Allerdings können die vorgestellten Ansätze nicht ohne weiteres im praktischen Portfolio-Management eingesetzt werden. Die wiedergegebenen Ergebnisse haben zunächst diagnostischen Charakter, da es sich um so genannte *in-sample* Fits handelt. Dies bedeutet, dass die Daten, anhand derer die Güte der Modelle beurteilt wird, auch jene sind, mit denen die Modelle geschätzt wurden. Ein adäquater *in-sample* Fit eines Modells ist im Allgemeinen Voraussetzung für eine gute *out-of-sample* Performance, d. h., für zuverlässige Prognosen der statistischen Verteilung künftiger Renditevektoren. Nur unter der restriktiven Annahme bestimmter Stationaritätseigenschaften – also gewisser Konstanz-eigenschaften der zugrunde liegenden Prozesse – können anhand historischer Daten geschätzte Verteilungsmodelle direkt zu Prognosezwecken verwendet werden. Im Rahmen der Regime-switching-Modelle gilt diese Überlegung insbesondere für die Spezifikation der Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Regimen. Während die hier getroffene Annahme konstanter Übergangswahrscheinlichkeiten zur Diagnose und ex-post Identifikation unterschiedlicher Marktregime ausreichend erscheint, ist davon auszugehen, dass die Prognose künftiger Marktregime durch die Modellierung zeitvariiender Übergangswahrscheinlichkeiten verbessert werden kann. Dabei können die Übergangswahrscheinlichkeiten etwa in logistischer Form von ökonomischen Variablen wie Zins-spreads beeinflusst werden (für einige spezielle Anwendungen in der Literatur, allerdings meist im univariaten Rahmen, siehe etwa Diebold et al. (1994), Gray (1996), Wong und Li (2001) und

Haas et al. (2006)). Guidolin und Timmermann (2006) zeigen jedoch, dass auch das einfache Regime-switching-Modell in der hier behandelten Form verlässliche out-of-sample Risikoprognosen für ein auf Monatsbasis evaluiertes Portfolio aus Aktien und Anleihen generiert. Die Modelle können zusätzlich noch in mancher Hinsicht verallgemeinert werden, indem auch innerhalb der Regime die Dynamik in den Renditen selbst, den Volatilitäten und den Korrelationen modelliert wird, wobei die bei den Letztgenannten aus Risikogesichtspunkten von besonderer Relevanz sind. Von Bedeutung sind solche Erweiterungen insbesondere für Anwendungen auf höherfrequente Zeitreihen, also etwa tägliche oder wöchentliche Beobachtungen. Hier erweisen sich z. B. Erweiterungen der klassischen GARCH-Modelle, wie sie etwa in Haas et al. (2004b,a, 2009), Alexander und Lazar (2006, 2009) und Bauwens et al. (2007) entwickelt wurden, als viel versprechend. Im Fall von Portfolios mit vielen Instrumenten stoßen multivariate GARCH-Modelle aufgrund der hohen Zahl zu schätzender Parameter allerdings sehr schnell an praktische Grenzen. Der Ansatz in Haas und Mittnik (2009) versucht das Problem des hochdimensionalen Parameterraumes durch stark restringierte, aber regimeabhängige Korrelationen zu umgehen.

Der praktische Einsatz von Copula-Ansätzen im Portfolio-Management unterliegt ähnlichen Herausforderungen. Neben der Dynamik besteht insbesondere das Problem der Dimensionalität. Während bivariate Couplas gut erforscht sind, ist die praktische Anwendung im höherdimensionalen Fall kritisch. Die Implementation der *elliptischen* Copulas, zu welchen die Gauss- und *t*-Copula gehören, ist zwar grundsätzlich in höheren Dimensionen handhabbar, jedoch unterstellen diese wiederum Symmetrie. Eine Modifikation dieses Ansatzes besteht daher in der Konstruktion asymmetrischer elliptischer Copulas, wie in Sun et al. (2008). Darüber

hinaus impliziert eine einfache Erweiterung auf  $N > 2$  Dimensionen weiterhin *einen gemeinsamen* Parameterwert für die Lower Tail Dependence – ein Mangel an Flexibilität, dem z. B. durch so genannte gruppierte  $t$ -Copulas (Daul et al., 2004) begegnet werden kann. Für die Anwendung archimedischer Copulas in höheren Dimensionen hat sich noch kein Standard-Verfahren etablieren können. Während sich elliptische Copulas *implizit* durch die erzeugte multivariate Verteilung ergeben und schätzen lassen, sind archimedische Copulas in analytischer Form definiert. Eine Erweiterung der Formel um zusätzliche Dimensionen ist auf den ersten Blick trivial; soll jedoch nicht nur *ein* (allen Variablen gemeinsamer) Copula-Parameter ermittelt werden, scheitert diese Methode. Neben Vine-Copulas, die eine hierarchische Kombination paarweiser Copulas darstellen (siehe z. B. Aas et al., 2009), finden sich alternative multivariate archimedische Copulas, die auf der Kombination niedrig dimensionierter Copulas basieren und flexiblere Abhängigkeitsstrukturen erlauben (in Joe (1997)). Jedoch existieren auch hier Restriktionen bzgl. der Werte der verschiedenen Copula-Parameter. Wie von Barnett et al. (2007) im Rahmen einer empirischen Studie gezeigt wurde, ist die Schätzung solcher Modelle für höhere Dimensionen  $N > 2$  problematisch – nicht zuletzt, da die Dichtefunktion der Copula, welche sich aus  $N$  partiellen Ableitungen der (bereits für den trivariaten Fall oft recht komplexen) Copula-Funktion ergibt, hierfür benötigt wird. Daher sind auch Alternativen zum klassischen Maximum-Likelihood-Verfahren, wie in Chen et al. (2006) und Dimitrova et al. (2008), ein Thema der aktuellen Forschung. Das Problem der Schätzung multivariater Copulas für den allgemeinen Fall von  $N$  Dimensionen ist aus Sicht der Praxis bislang nicht gelöst.

Die beiden hier betrachteten Modellierungsstrategien schließen sich nicht gegenseitig aus,

sondern können sich vielmehr ergänzen. So stellt ein Regime-Switching-Ansatz wie in Choulette et al. (2008), in denen die regimespezifischen Abhängigkeitsstrukturen durch Copulas modelliert werden – bzw. ein dynamischer Copula-Ansatz, in welchem die Copula-Parameter als zeitabhängig modelliert werden (siehe z. B. Dias und Embrechts, 2004) lediglich eine Erweiterung der hier dargestellten Alternativen zur Markowitzschen Verteilungsannahme dar.

Ein in der Praxis gravierendes Problem für beide Modellklassen, Copulas und Regime-switching- bzw. GARCH-Modelle, besteht darin, dass die attraktiven analytischen Eigenschaften des Markowitz-Ansatzes völlig abhanden kommen. Die Optimierung eines Portfolios ist in der Regel nur anhand von Monte-Carlo-simulierten Szenarien möglich. Dazu werden mit den spezifizierten Modellen eine Vielzahl von künftig möglichen Renditepfaden für die betrachteten Instrumente generiert und mittels numerischer Verfahren Portfolio-Gewichte bestimmt, die mit Blick auf die festgelegten Ziele und Restriktionen optimal sind. Besonders in hochdimensionalen Portfolios, wie sie in der Praxis oft üblich sind, ist die Bestimmung der Gewichtung eine numerische Herausforderung, bei der gängige Optimierungsverfahren schnell an ihre Grenzen stoßen.

Die oben erwähnten Einschränkungen bedeuten, dass die hier vorgestellten Verfahren nicht in „automatisierter“ Form – wie dies bei Markowitz-artigen Verfahren möglich ist – in der Praxis einsetzbar sind. Für Portfolios mit einer kleinen Anzahl von Instrumenten, die sich bei einer Konzentration auf die wesentlichen traditionellen Anlageklassen ergeben, ist die Verwendung von Markov-switching- und Copula-Verfahren – bzw. eine Kombination dieser Ansätze – denkbar, wobei die Konstruktion entsprechender Anlageprozesse allerdings noch ein hohes Maß an modellbauerischer „Handarbeit“ erfordert.

## Fazit

Ohne Frage bleibt trotz der ernüchternden Erfahrungen während der jüngsten Krise die Notwendigkeit, Finanzanlagen über verschiedene Assetklassen zu streuen, auch künftig bestehen. Die Frage allerdings, ob *korrelationsbasierte* Diversifikationsansätze Strategien der Vergangenheit sind, muss – in Anbetracht der empirischen Dateneigenschaften und dem historischen Versagen – für naive, Markowitz-nahe Ansätze bejaht werden. Die der Korrelationsanalyse zugrunde liegende Annahme einer multivariaten Normalverteilung für Anlageinstrumente weicht erheblich von den empirischen Fakten ab. Insbesondere unterschätzen diese Verfahren die Wahrscheinlichkeit großer Kursbewegungen und ignorieren darüber hinaus das asymmetrische Verhalten in steigenden und fallenden Märkten, was z. B. dazu führt, dass gerade in Krisenzeiten der Diversifikationsnutzen überschätzt wird.

Als Alternative zur herkömmlichen Normalverteilungsannahme wurden hier zwei neuere Ansätze, die in der Lage sind, komplexere Abhängigkeitsstrukturen abzubilden, nämlich Regime-switching- und verschiedene Copula-Modelle, auf ihre Fähigkeit hin untersucht, historische Dateneigenschaften zu replizieren. Die vorliegenden empirischen Analysen zeigen, dass diese neueren Ansätze die beobachteten Rendite-Asymmetrien besser erfassen und so die – besonders bei Anwendung des Markowitz-Modells bestehende – Gefahr einer Überschätzung potentieller Diversifikationseffekte abmildern können. Gerade konservative Portfolio-Strategien, die die Vermeidung von *Verlustrisiken* in den Vor-

dergrund stellen, dürften von diesen realistischeren Verfahren zur Modellierung von Renditeprozessen besonders profitieren.

Auch wenn die hier vorgestellten Ansätze zu einer deutlich verbesserten Datenanpassung führen und gegenüber klassischen, korrelationsbasierten Diversifikationsstrategien angemessenere Entscheidungen zur Asset Allocation ermöglichen dürften, zeigt sich allerdings auch, dass die Anpassungsgüte der Modelle noch zu wünschen übrig lässt. Es besteht daher sowohl, was die statistische Modellierung von Verteilungen, Abhängigkeiten und Dynamik betrifft, als auch bezüglich der praktischen Umsetzung für höher dimensionierte Portfolios noch erheblicher Forschungsbedarf. Die Vergleiche alternativer Verfahren zur Prognose von Portfolio-Risiken in Ivanov et al. (2006) legen dies auch nah.

In der deutschsprachigen Finanzindustrie klafft zwischen der aktuellen akademischen Forschung und den zurzeit in der Praxis verwendeten Verfahren eine größere Lücke. Die Portfoliotheorie, die Harry Markowitz vor über einem halben Jahrhundert entwickelte und damit einen fundamentalen Beitrag zur Kapitalmarktanalyse leistete, wurde erst Mitte der 1980er Jahre von der deutschsprachigen Finanzpraxis ernsthaft zur Kenntnis genommen und mit einiger Verzögerung von institutionellen Anlegern eingesetzt. Diversifikationsstrategien, die nicht auf dem Markowitz-Ansatz beruhen und versuchen, gegebene Renditeeigenschaften zu berücksichtigen, werden nur von wenigen Marktteilnehmern angewandt.

## About Us



### Bayerisches Finanz Zentrum

Das Bayerische Finanz Zentrum (BFZ) e.V. widmet sich als neutrale und unabhängige Plattform des Clusters Finanzdienstleistungen in Bayern über vielfältige Aktivitäten relevanten Themen der Finanzwirtschaft. Das Bayerische Finanz Zentrum organisiert Projekte zwischen Wissenschaft und Praxis im Finanzsektor, fördert praxisorientierte Innovationen und vernetzt Wissenschaft und Wirtschaft u. a. über die Begleitung von Studien und Veranstaltungen.

**Prof. Dr. rer. pol. Elmar Helten** ist Präsident des Bayerischen Finanz Zentrums und Emeritus am Institut für Betriebswirtschaftliche Risikoforschung und Versicherungswirtschaft (INRIVER) an der Ludwig-Maximilians-Universität München (LMU). Nach dem Studium der Mathematik, Physik, Wirtschaftswissenschaften und Recht an den Universitäten Köln und Bonn erlangte er 1965 ein Diplom in Mathematik. Seine Promotion zum Dr. rer. pol. erfolgte 1967 mit einem Thema aus dem Gebiet der Wirtschaftskybernetik, die Habilitation in Versicherungswissenschaft und Statistik 1973 an der Universität zu Köln. 1973 übernahm er den Lehrstuhl für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre und Versicherungsbetriebslehre und war Direktor des Instituts für Versicherungswissenschaft an der Universität Mannheim. Seit 1987 war er Inhaber des Lehrstuhls für Betriebswirtschaftslehre, insbesondere Versicherungsbetriebslehre, der LMU. Professor Helten ist stellvertretender Vorstandsvorsitzender des deutschen Vereins für Versicherungswissenschaft, Vorstandsmitglied der Deutschen Gesellschaft für Versi-

cherungs- und Finanzmathematik und Mitglied im Beirat des Versicherungs-Ombudsmann e.V.. Daneben nimmt er zahlreiche Mandate in der Versicherungswirtschaft und in der IT-Branche wahr. Zudem ist er Mitherausgeber der Fachzeitschriften „Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft“ und „Der Aktuar“. Im Mittelpunkt seines wissenschaftlichen Interesses liegen Fragestellungen aus den Gebieten der Risikoforschung, der Versicherungsbetriebslehre und der Versicherungsmathematik.

**Dr. rer. pol. Felix Breuer** ist Geschäftsführer des Bayerischen Finanz Zentrums e.V. und Manager des Clusters Finanzdienstleistungen in Bayern. Er arbeitete zuvor als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Bank- und Börsenwesen an der Universität Erlangen-Nürnberg. Vor der Zeit am Lehrstuhl (Promotion 2005, Schwerpunkt Anlegerverhalten und Börsenmärkte) war er als Projektleiter für ein Unternehmen in der Softwareentwicklungsbranche tätig (Schwerpunkt Finanzmathematik). Sein Studium des Wirtschaftsingenieurwesens absolvierte er an der Universität Karlsruhe (TH) (Fachrichtung Informatik / Operations Research).

**Bayerisches Finanz Zentrum e.V.**

**Von-der-Tann-Straße 13**

**80539 München**

**Telefon: +49 (0)89 273701380**

**Fax: +49 (0)89 273701389**

**Internet: [www.bfzev.de](http://www.bfzev.de)**

**E-Mail: [info@bfzev.de](mailto:info@bfzev.de)**



Das Center for Quantitative Risk Analysis (CEQURA) der LMU München ist eine interdisziplinäre Einrichtung, die methodische und angewandte Forschung auf dem Gebiet der Risikoanalyse betreibt, und als Plattform für fächerübergreifende Forschungsaktivitäten und Kooperationen mit der Praxis dient.

**Dr. sc. pol. Markus Haas** ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Finanzökonomie der Ludwig-Maximilians-Universität München und leitet dort das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderte Projekt „Optimierung hochdimensionaler Portfolios bei nichtnormalverteilten Renditeprozessen“. Er hat an der Universität Kiel Volkswirtschaftslehre mit quantitativem Schwerpunkt studiert und wurde von der dortigen Fakultät für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften im Jahre 2004 mit einer Arbeit über die statistische Analyse von Finanzzeitreihen promoviert.

**Prof. Stefan Mittnik, PhD**, ist Inhaber des Lehrstuhls für Finanzökonomie am Institut für Statistik der Ludwig-Maximilians-Universität in München und leitet dort das Center for Quantitative Risk Analysis. Zuvor lehrte er in Kiel (1994–2003) und in New York (1987–1994). Er war Gastprofessor an der Freien Universität Amsterdam, der Technischen Universität Wien, der Lancaster University sowie Fulbright Distinguished Chair for German Studies am Department of Economics der Washington University in St. Louis. Er studierte an der TU Berlin, der University of Sussex und an der Washington University in

St. Louis. Er ist Mitglied des Wissenschaftlichen Beirats der Deutschen Bundesbank und des Fachkollegiums Wirtschaftswissenschaften bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft. Seine Forschungsschwerpunkte liegen in den Bereichen finanzökonomische Methoden, empirische Kapitalmarktforschung und Risikomanagement.

**Tina Yener** ist Doktorandin und wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Finanzökonomie der Ludwig-Maximilians-Universität München; ihre Forschungsgebiete sind Portfolioanalyse und Risikomanagement mit Schwerpunkten in der Modellierung von Abhängigkeitsstrukturen. Zuvor sammelte sie praktische Erfahrung im Bereich „Portfolio Management and Investments“ bei einer Bank sowie als freiberufliche Mitarbeiterin bei einer Unternehmensberatung. Ihr Studium der Volkswirtschaftslehre mit quantitativem Schwerpunkt absolvierte sie an der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel.

**Center for Quantitative Risk Analysis**  
**Lehrstuhl für Finanzökonomie**  
**Ludwig-Maximilians-Universität München**  
**Akademiestraße 1/I**  
**80799 München**  
**Telefon: +49 (0)89 2180-3195**  
**Fax: +49 (0)89 2180-5041**  
**Internet: [www.stat.uni-muenchen.de](http://www.stat.uni-muenchen.de)**  
**E-Mail: [geschaefsstelle@stat.uni-muenchen.de](mailto:geschaefsstelle@stat.uni-muenchen.de)**



## FIDESTRUST

VERMÖGENSTREUHAND GMBH

Die FidesTrust Vermögenstreuhand GmbH hat sich auf die strategisch-wirtschaftliche Betreuung großer Privatvermögen spezialisiert. Neben der Auswahl geeigneter Investment-Manager für alle Anlageklassen und der Übernahme des gesamten Controllings und Reportings betreut die FidesTrust ihre Mandanten federführend bei Direktbeteiligungen im deutschen Mittelstand.

Die FidesTrust wurde 1946 in München gegründet und ist bankunabhängig. Die Geschäftsanteile befinden sich mehrheitlich im Besitz der Geschäftsführer.

**FidesTrust Vermögenstreuhand GmbH**

**Prannerstraße 6**

**80333 München**

**Telefon: +49 (0)89-44 23 256-0**

**Fax: +49 (0)89-44 23 256-79**

**Internet: [www.fidestrust.de](http://www.fidestrust.de)**

**E-Mail: [info@fidestrust.de](mailto:info@fidestrust.de)**



**WEGELIN & Co.**

PRIVATBANKIERS SEIT 1741

Wegelin & Co. ist mit Gründungsdatum 1741 die älteste Bank der Schweiz und seit vielen Jahren Partner für Familien und Family Offices. Ein internationales Team arbeitet ausschließlich für diese professionelle Investorengruppe. Innovative Investment Lösungen, Risikomanagement und Strukturierung sind Kernkompetenz. Wegelin & Co. bietet hierfür eine unabhängige und stabile Plattform. Die Bank befindet sich im Besitz persönlich haftender Teilhaber und der Mitarbeiter. Unabhängigkeit im Denken und Handeln sowie die enge Kooperation mit Universitäten prägen die Bank. Als Boutique mit ausschließlicher Konzentration auf die Vermögensverwaltung vermeidet Wegelin & Co. klassische Interessenkonflikte.

**Wegelin & Co. Privatbankiers**

**Bohl 17**

**9004 St. Gallen/Schweiz**

**Telefon: +41 71 242 58 89**

**Fax: +41 71 242 50 00**

**Internet: [www.wegelin.ch](http://www.wegelin.ch)**

**E-Mail: [wegelin@wegelin.ch](mailto:wegelin@wegelin.ch)**

## Literatur

- Aas, K., Czado, C., Frigessi, A. und Bakken, H. (2009)**, Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics*, 44, S. 182–198.
- Alexander, C. und Lazar, E. (2006)**, Normal Mixture GARCH(I,I). Applications to Exchange Rate Modelling. *Journal of Applied Econometrics*, 21, S. 307–336.
- Alexander, C. und Lazar, E. (2009)**, Modelling Regime-Specific Stock Price Volatility. Erscheint in: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*.
- Ang, A. und Chen, J. (2002)**, Asymmetrie Correlations of Equity Portfolios. *Journal of Financial Economics*, 63, S. 443–494.
- Ang, A. und Bekaert, G. (2002)**, International asset allocation with regime shifts. *Review of Financial Studies*, 15, S. 1137–1187.
- Barnett, J., Kreps, R. E., Major, J. A. und Venter, G. G. (2007)**, Multivariate Copulas for Financial Modeling. *Variance*, 1, S. 103–119.
- Bauwens, L., Hafner, C. M. und Rombouts, J. V. K. (2007)**, Multivariate Mixed Normal Conditional Heteroskedasticity. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, S. 3551–3566.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W. und MacKinlay, A. C. (1997)**, *The econometrics of financial markets*. Princeton University Press, Princeton.
- Campbell, R., Koedijk, K. und Kofman, P. (2002)**, Increased Correlation in Bear Markets: A Downside Risk Perspective. *Financial Analysts Journal*, 58, S. 87–94.
- Chen, X., Fan, Y. und Tsyrennikov, V. (2006)**, Efficient Estimation of Semiparametric Multivariate Copula Models. *Journal of the American Statistical Association*, 101, S. 1228–1240.
- Cholette, L., Heinen, A. und Robles, A. V. (2008)**, Modeling International Financial Returns with a Multivariate Regime Switching Copula. Discussion Paper 2008/3, Department of Finance and Management Science, Norwegian School of Economics and Business Administration.
- Daul, S., De-Giorgi, E., Lindskog, F. und McNeil, A. (2004)**, The grouped t-copula with an application to credit risk. *RISK*, 16, S. 73–74.
- Dias, A. und Embrechts, P. (2004)**, Dynamic copula models for multivariate highfrequency data in finance. Mimeo, Department of Mathematics, New University of Lisbon.
- Diebold, F. X., Lee, J.-H. und Weinbach, G. C. (1994)**, Regime switching with time-varying transition probabilities. In: Rargreaves, C. (Rrsg.), *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*, S. 283–302. Oxford University Press.
- Dimitrova, D. S., Kaishev, V. K. und Penev, S. I. (2008)**, GeD spline estimation of multivariate Archimedean copulas. *Computational Statistics & Data Analysis*, 52, S. 3570–3582.
- Frühwirth-Schnatter, S. (2006)**, *Finite Mixture and Markov Switching Models*. Springer, New York.
- Gray, S. F. (1996)**, Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process. *Journal of Financial Economics*, 42, S. 27–62.
- Guidolin, M. und Timmermann, A. (2005)**, Economic Implications of Bull and Bear Regimes in UK Stock and Bond Markets. *Economic Journal*, 115, S. 111–143.
- Guidolin, M. und Timmermann, A. (2006)**, Term structure of risk under alternative econometric specifications. *Journal of Econometrics*, 131, S. 285–308.
- Guidolin, M. und Timmermann, A. (2007)**, Asset allocation under multivariate regime switching. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 31, S. 3503–3544.
- Guidolin, M. und Timmermann, A. (2008)**, International Asset Allocation under Regime Switching, Skew, and Kurtosis Preferences. *Review of Financial Studies*, 21, S. 890–935.
- Haas, M. und Mittnik, S. (2008)**, Mit gemischten Normalverteilungen gegen Bären. *Portfolio Institutionell*, November 2008, S. 16–19.
- Haas, M. und Mittnik, S. (2009)**, Portfolio Selection with Common Correlation Mixture Models. In: Bol, G., Rachev, S. und Würth, R. (Rrsg.), *Risk Assessment: Decisions in Banking and Finance*, S. 47–76. Physika Verlag.
- Haas, M., Mittnik, S. und Mizrach, B. (2006)**, Assessing Central Bank Credibility During the EMS Crises: Comparing Option and Spot Market-Based Forecasts. *Journal of Financial Stability*, 2, S. 28–54.
- Haas, M., Mittnik, S. und Paoletta, M. (2004a)**, A New Approach to Markov Switching GARCH Models. *Journal of Financial Econometrics*, 2, S. 493–530.

- Haas, M., Mittnik, S. und Paoella, M. (2004b),** Mixed Normal Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Financial Econometrics*, 2, S. 211–250.
- Haas, M., Mittnik, S. und Paoella, M. (2009),** Asymmetrie Multivariate Normal Mixture GARCH. *Computational Statistics & Data Analysis*, 53, S. 2129–2154.
- Hamilton, J. D. (1994),** *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Hong, Y., Tu, J. und Zhou, G. (2007),** Asymmetries in Stock Returns: Statistical Tests and Economic Evaluation. *Review of Financial Studies*, 20, S. 1547–1581.
- Ivanov, S., Jordan, R. und Panajotova, B. (2006),** Dynamie Forecasting of Portfolio Risk. Working Paper, Präsentiert auf dem CRSP Forum.
- Joe, H. (1997),** *Multivariate Models and Dependence Concepts*. Chapman & Hall, London, Weinheim, New York.
- Leroux, B. G. (1992),** Consistent estimation of a mixing distribution. *The Annals of Statistics*, 20, S. 1350–1360.
- Longin, F. und Solnik, B. (2001),** Extreme correlation of international equity markets. *Journal of Finance*, 56, S. 649–676.
- Maurer, R. und Sebastian, S. (1999),** Immobilienfonds und Immobilienaktiengesellschaften als finanzwirtschaftliche Substitute für Immobilienanlagen. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 69, S. 169–194.
- McLachlan, G. J. und Peel, D. (2000),** *Finite Mixture Models*. John Wiley & Sons, New York.
- Nelsen, R. B. (1999),** *An Introduction to Copulas*. Springer, New York.
- Okimoto, T. (2008),** New Evidence of Asymmetric Dependence Structures in International Equity Markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 43, S. 787–816.
- Sun, W., Rachev, S., Stoyanov, S. V. und Fabozzi, F. J. (2008),** Multivariate Skewed Student's *t* Copula in the Analysis of Nonlinear and Asymmetric Dependence in the German Equity Market. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 12(2).
- Wong, C. S. und Li, W. K. (2001),** On a Logistic Mixture Autoregressive Model. *Biometrika*, 88, S. 833–846.

