

Die Risikogewichte der IRB-Ansätze: Basel II und „schlanke“ Alternativen

Ein Beitrag von Hans Gersbach und Uwe Wehrspohn

Zusammenfassung

Das Baseler Komitee für Bankenaufsicht hat im Konsultationspaket vom Januar 2001 Risikoberechnungen und Eigenkapitalunterlegungen für Kreditrisiken aufgrund von internen Ratings (IRB) vorgeschlagen. Unser Beitrag zeigt auf, dass

- die Berechnungen im IRB-Ansatz von Basel II sehr komplex sind und beträchtliche Schwierigkeiten in Interpretation und Anwendung aufwerfen,
- ein alternativer, schlanker IRB-Ansatz existiert, der mit einer einzigen, leicht verständlichen und interpretierbaren Grundformel für die Berechnung der Risikogewichte auskommt, bei der außer der Ausfallwahrscheinlichkeit alle Risikotreiber in der Korrelationsannahme zusammengefasst werden und
- die Aggregationsregel für das Risiko verschiedener Teilsegmente im IRB-Ansatz von Basel II das Risikodiversifikationspotential unterschätzt und durch eine modifizierte Aggregationsregel ersetzt werden kann.

In unserem Beitrag gehen wir davon aus, dass als nächster Schritt in der Regulierung von Banken ein IRB-Ansatz in Kraft treten wird und interne Kreditrisikomodelle nicht direkt zugelassen werden. Die übergeordnete Frage, ob dieses Vorgehen sinnvoll ist, thematisieren wir nicht.

Der Beitrag ist wie folgt gegliedert: In einem ersten Teil diskutieren wir zentrale Elemente der Risikogewichtsberechnung aus den Konsultationsdokumenten und werfen Fragen der Interpretation und Anwendung auf. Im zweiten Teil stellen wir unseren alternativen, schlanken IRB-Ansatz vor. Dieser kann sowohl äquivalente Resultate wie das Formelwerk der Konsultationsdokumente liefern als auch für die geplante Adjustierung der jetzigen Risikogewichte verwendet werden. Im dritten Teil illustrieren wir die Anwendung des bisherigen und des schlanken IRB-Ansatzes auf echte und generische Bankportfolien und vergleichen die Ergebnisse mit den parallelen Resultaten einer detaillierten Portfolioanalyse.

Wir danken Creditreform und den kooperierenden Banken für die zur Verfügung gestellten Portfolio-daten.

Teil 1: Basel II

Grundsätze

Das Baseler Komitee für Bankenaufsicht hat mit dem Konsultationspaket vom Januar 2001 einen Neuentwurf der Baseler Eigenkapitalvereinbarung von 1988 vorgelegt, der sich neben einer gewissen Kontinuität mit den bestehenden Regelungen insbesondere eine Verbesserung der Anpassung der Eigenkapitalunterlegung des Kreditrisikos an das Risikoprofil der Kreditnehmer zum Ziel setzt. Die hierfür geschaffenen, auf internen Ratings basierenden Ansätze (IRB) bestimmen die für ein Bankgeschäft notwendige Eigenkapitalunterlegung in Abhängigkeit von den Risikofaktoren des Kunden, des Geschäftes und des gesamten Kreditportfolios.

Der sog. fortgeschrittene IRB-Ansatz verwendet als Risikofaktor des Kunden seine durch das interne Rating bestimmte einjährige Ausfallwahrscheinlichkeit, als Risikofaktoren des Geschäftes das Exposure at default, seine mittlere Restlaufzeit und seine erwartete Verlustrate im Falle einer Insolvenz des Kunden (Loss given default = LGD). Schließlich wird eine „Feinkörnigkeitskorrektur“ (Granularity adjustment) der Eigenkapitalunterlegung vorgenommen, bei der die Homogenität der Exposureverteilung im Gesamtportfolio¹ berücksichtigt wird.

Der alternative IRB-Basisansatz beruht auf demselben Formelwerk wie der fortgeschrittene IRB-Ansatz. Es werden jedoch für die mittlere Restlaufzeit und den Loss given default des Geschäftes keine individuellen Schätzungen vorgenommen, sondern pauschale, aufsichtsrechtlich vorgegebene Mittelwerte verwendet. Darüber hinaus wird keine Feinkörnigkeitskorrektur verlangt. Da der IRB-Basisansatz also nur eine Spezialisierung des fortgeschrittenen Ansatzes ist, werden wir uns im folgenden im wesentlichen auf den fortgeschrittenen IRB-Ansatz beschränken. Alle Aussagen können entsprechend auf den Basisansatz übertragen werden.

Unsere Diskussion der Rechenverfahren zur Bestimmung der Eigenkapitalunterlegung bzw. der Risikogewichte eines Geschäftes in den IRB-Ansätzen beginnt mit einem Überblick über den bestehenden Entwurf im Konsultationspapier und einer Darstellung seiner Komponenten und der mit ihnen verbundenen Probleme.

Elemente des Rechenverfahrens der IRB-Ansätze

Die Bestimmung der aufsichtsrechtlichen Eigenkapitalunterlegung für ein Bankportfolio vollzieht sich in 3 Schritten: (1) Bestimmung des Risikokapitals auf Einzelgeschäftsebene, (2) Granularitätskorrektur für alle Geschäfte außerhalb des Privatkundenportfolios, (3) Aggregation des korrigierten Risikokapitals über das Gesamtportfolio.

¹ Das Privatkundenportfolio wird hierbei ausser Acht gelassen, da es als gut diversifiziert eingeschätzt wird (vgl. *Die Neue Basler Eigenkapitalvereinbarung* § 515).

Schritt 1:

Das Risikokapital auf Einzelgeschäftsebene wird über eine Risikogewichtsformel RW in Abhängigkeit von der Ausfallwahrscheinlichkeit PD des Kunden und der mittleren Restlaufzeit² M und der Loss given default LGD des Geschäftes bestimmt³. Die Formel lautet:

$$RW = \min \left[\frac{LGD}{50} \cdot 976.5 \cdot \Phi \left(1.118 \cdot \Phi^{-1}(PD) + 1.288 \right) \cdot \left(1 + 0.047 \cdot \frac{1-PD}{PD^{0.44}} \right) \left(1 + \frac{0.0235 \cdot (1-PD)}{PD^{0.44} + 0.047 \cdot (1-PD)} \cdot (M-3) \right) ; 12.5 \cdot LGD \right]$$

Das Risikokapital ergibt sich aus dem Wert RW durch Gewichtung mit dem Solvabilitätskoeffizienten von 8% und dem Exposure des Geschäftes.

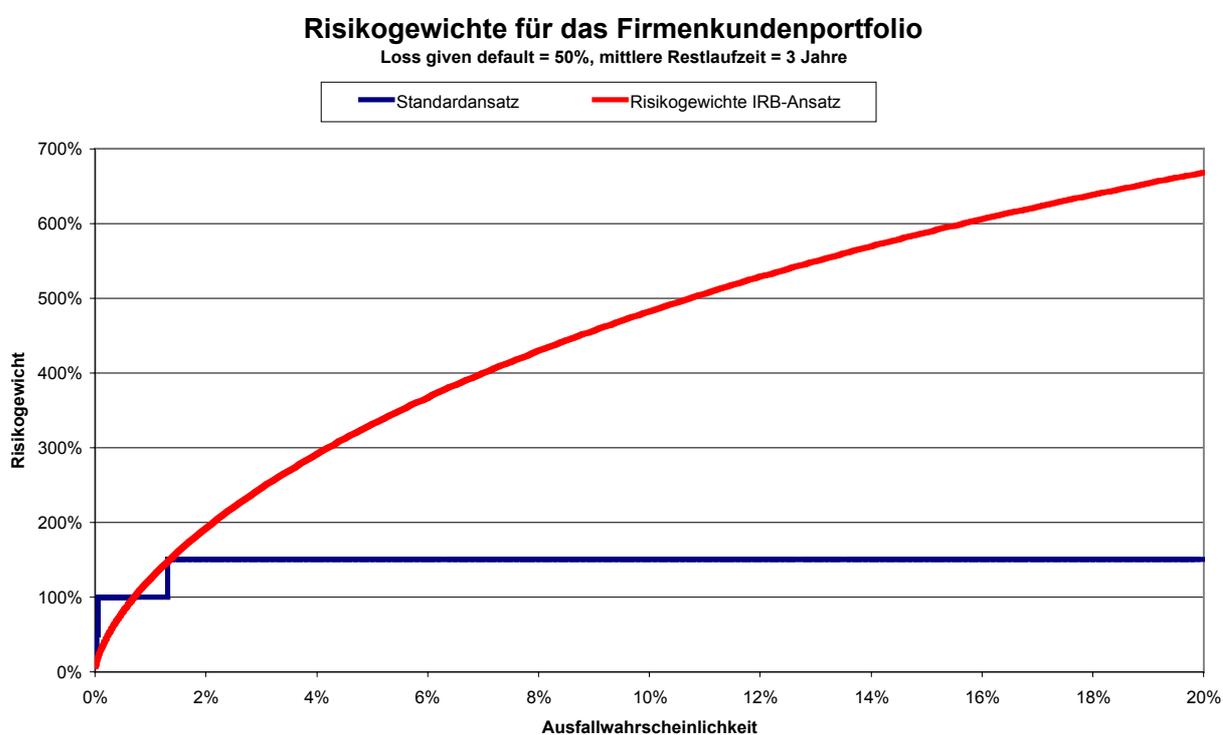


Abbildung 1: Risk Weight Functions

² Streng genommen ist für eine tatsächliche mittlere Restlaufzeit R die aufsichtsrechtliche Restlaufzeit M definiert worden als

$M = \min[\max(1; R); 7]$, d.h. M soll zwischen 1 und 7 Jahren liegen.

³ Vergleiche *Die Neue Basler Eigenkapitalvereinbarung* §§ 173f., 177, *The Internal Ratings-Basel Approach* §§ 156, 159, 171f., 175ff., 178ff.

Die Gewichtsfunktion RW setzt sich aus mehreren Komponenten zusammen:

1. Dem Value at Risk $\Phi(1.118 \cdot \Phi^{-1}(PD) + 1.288)$ zum Konfidenzniveau von 99.5% für ein homogenes Portfolio unter Annahme von Korrelationen von 20% mit Hilfe des Asset Value-Ansatzes berechnet⁴. Diese Basisformel wird für unsere weitere Argumentation eine wichtige Rolle spielen und wird deshalb im zweiten Teil im Rahmen der Herleitung des schlanken Ansatzes bewiesen und interpretiert.
2. Einer Fälligkeitskorrektur

$$\left(1 + 0.047 \cdot \frac{1 - PD}{PD^{0.44}}\right) \cdot \left(1 + \frac{0.0235 \cdot (1 - PD)}{PD^{0.44} + 0.047 \cdot (1 - PD)} \cdot (M - 3)\right).$$

Mit der Interpretation dieser Formel haben viele Beobachter des Konsultationsprozesses Schwierigkeiten, da sie in den Konsultationsdokumenten nicht näher begründet wird.

Die Formel kann beispielsweise wie folgt erklärt werden: Obwohl für die aufsichtsrechtliche Eigenkapitalunterlegung an sich ein fester und einheitlicher Zeithorizont von einem Jahr gesetzt wurde⁵, wird ein Geschäft mit einer mittleren Restlaufzeit von M Jahren in ein homogenes Portfolio aus lauter damit identischen Exposures eingebettet gedacht, d.h. es wird angenommen, alle Geschäfte hätten dieselbe mehrjährige Restlaufzeit.

Der Value at Risk dieses Portfolios wird dann mit der unter Punkt 1 genannten Formel mit der M -jährigen Ausfallwahrscheinlichkeit der Kunden berechnet, also für einen Zeithorizont von M Jahren.

Wenn also eine Bank für jeden Zeithorizont von 1 bis 7 Jahren für jedes Rating Ausfallwahrscheinlichkeiten zur Verfügung stellen könnte, wäre die Fälligkeitskorrektur im Sinne des Konsultationsdokumentes nicht notwendig. Da jedoch die Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten zu langen Zeithorizonten extrem lange Historien von Beobachtungen erfordert, hat sich das Komitee offenbar dazu entschieden, die einjährigen Values at Risk, die mit Hilfe der einfachen einjährigen Ausfallwahrscheinlichkeit geschätzt werden, können in M -jährige Values at Risk zu transformieren. Hierzu dient die zu Beginn dieses Abschnittes genannte Formel.

⁴ Der Asset Value-Ansatz findet sich in mehreren Portfoliomodellen wie etwa Credit Manager von KMV, Credit Metrics von JP Morgan und Credit Smart Risk von CSC Ploenzke. Zur Herleitung dieser Formel vergleiche Teil 2, Schritt 3.

⁵ Vergleiche *Die Neue Basler Eigenkapitalvereinbarung* §§ 263, 273, *The Internal Ratings-Basel Approach* §§ 52, 68, 173, 177, 277.

Fälligkeitskorrektur im IRB-Ansatz im Verhältnis zum empirischen Ergebnis

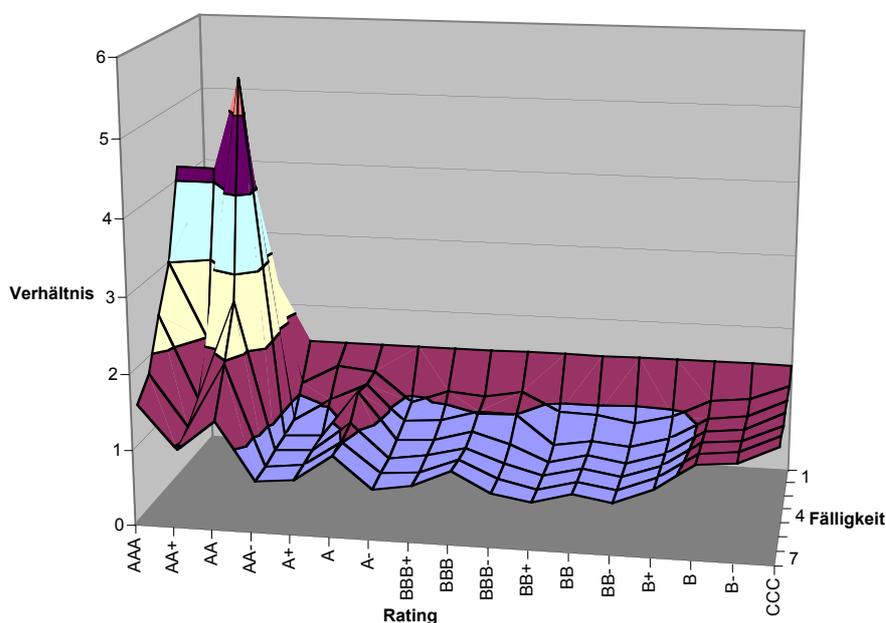


Abbildung 2: Fälligkeitsanpassung

Abbildung 2 zeigt das Verhältnis der transformierten zu den mit den mehrjährigen Ausfallwahrscheinlichkeiten von Standard & Poor's direkt berechneten 99.5%-Values at Risk aus homogenen Portfolios. Für Ratings ab AA- hin zu schlechteren Ratings ist der Zusammenhang eindeutig, d.h. die transformierten Ausfallwahrscheinlichkeiten von Basel II entsprechen in etwa den mehrjährigen von Standard & Poor's geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten⁶.

Die zu Beginn dieses Absatzes genannte Formel kann also als heuristische Näherung der Values at Risk von homogenen Portfolios für langjährige Zeithorizonte verstanden werden. Das Baseler Komitee gibt damit in den IRB-Ansätzen die Entscheidung für einen einheitlichen einjährigen Zeithorizont für die Eigenkapitalunterlegung faktisch auf.

3. Einer Konstanten $976.5 / 50$, die das Risikogewicht RW für einen Loss given default von 50% und einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 0.7%, die für Firmenkundenportfolios vom Baseler Komitee als durchschnittlich angesehen wird, auf 100% normiert. Für höhere Ausfallwahrscheinlichkeiten als 0.7% führt bei der genannten LGD der IRB-Ansatz damit zu höheren Eigenkapitalunterlegungen als der Standardansatz.

Diese Normierung macht nicht nur die vorher angestellten Überlegungen und Parametrisierungen zum Teil wieder zunichte. Darüber hinaus stellt sich die zentrale Frage, ob

⁶ D.h. das Verhältnis beider Größen ist in der Nähe von 1.

die Annahme einer durchschnittlichen Ausfallwahrscheinlichkeit von 0.7% immer gerechtfertigt ist. Nach dem Creditreform Bonitätsindex haben 71% aller deutschen Firmen eine Ausfallwahrscheinlichkeit von mehr als 0.7% und weitere 24% sind zwischen einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 0.5% und 0.7% angesiedelt. Lediglich 5% der Firmen haben eine Ausfallwahrscheinlichkeit von 0.5% oder weniger. Dieser Befund legt bereits die Vermutung nahe, dass für realistische Werte der *LGD* der Standardansatz für deutsche Institute oft zu einer geringeren aufsichtsrechtlichen Eigenkapitalanforderung führen wird als der IRB-Ansatz.

4. Einer Obergrenze für das Risikogewicht von $12.5 \cdot LGD$, die gewährleistet, dass nicht mehr Eigenkapital als $12.5 \cdot LGD \cdot 8\% \cdot Exposure = LGD \cdot Exposure$, also als der angenommene Maximalverlust für ein Geschäft unterlegt werden muss.

Durch diese große Zahl von Transformationen, Korrekturrechnungen und Normierungen ergibt sich für die Risikogewichte *RW* keine einfache Interpretation mehr. Steuerungshinweise für das Kreditrisikomanagement lassen sich deshalb aus ihnen schwer ableiten. Die vom Baseler Komitee besonders angestrebte Risikosensitivität der Eigenkapitalunterlegung ist zwar noch dadurch gegeben, dass die Risikogewichte monoton in der Ausfallwahrscheinlichkeit der Kunden und im Loss given default der Geschäfte wachsen, sie ist jedoch quantitativ kaum mehr nachvollziehbar.

Für die Attraktivität des IRB-Ansatzes gegenüber dem Standardansatz ist es speziell problematisch, dass in den Risikogewichtsformeln der einheitliche einjährige Zeithorizont zur Berechnung der Eigenkapitalunterlegung aufgegeben wird zugunsten heterogener, im Durchschnitt wesentlich längerer Zeithorizonte, da hierdurch die implizit angenommenen Ausfallwahrscheinlichkeiten und damit das ausgewiesene Risiko drastisch ansteigen. Dadurch steht einem sehr erfahrungsbezogenen, nicht präzise definierten Risikobegriff im Standardansatz ein bewusst sehr konservativer, auf langen Zeithorizonten und einem mit 99.5% hohem Konfidenzniveau beruhender Risikobegriff in den IRB-Ansätzen gegenüber. Es steht in Frage, ob in den verschiedenen Ansätzen noch ein konsistenter und näherungsweise einheitlicher Risikobegriff zugrunde gelegt wird und ob nicht der Solvabilitätskoeffizient diesen Gegebenheiten angepasst werden muss⁷.

Ein Vergleich der Fälligkeitskorrektur der IRB-Ansätze für verschiedene mittlere Restlaufzeiten mit den entsprechenden mehrjährigen Value at Risk-Kalkulationen eines Portfoliomodells zeigt darüberhinaus, dass die IRB-Ansätze bei Aufgabe eines einheitlichen einjährigen Zeithorizontes gerade für lange Restlaufzeiten das tatsächliche Risiko nach unseren Analysen sogar deutlich unterschätzen⁸. Eine Übertragung des wirklichen langjährigen Portfoliorisikos in aufsichtsrechtliche Bestimmungen würde somit zu einer noch stärkeren Erhöhung der Mindestkapitalanforderungen führen als dies im bisherigen Entwurf bereits der Fall ist⁹.

Schritt 2:

Das Baseler Komitee hat bei der Revision der Eigenkapitalvereinbarung interne Kreditportfoliorisikomodelle nicht zugelassen. Trotzdem werden die Risikogewichte teilweise aus einer Formel zur Berechnung des Values at Risk für homogene Portfolien abgeleitet. Weil reale Portfolien aber immer bis zu einem gewissen Grad heterogen sind, wird eine Anpassung der Risikogewichte an die jeweilige Portfoliostruktur der Bank durch eine Granularitätskorrektur angestrebt.

⁷ Vergleiche Gersbach / Wehrspohn 2001 für Wege, wie die Eigenkapitalunterlegungen im Standard- und im IRB-Ansatz aufeinander abgestimmt werden können.

⁸ Vergleiche hierzu auch Abbildung 2.

⁹ Siehe hierzu auch die Portfolioanalysen in Teil 3 der vorliegenden Arbeit.

Für die Granularitätskorrektur ist es damit nicht mehr möglich, die endgültige Eigenkapitalunterlegung allein auf das Einzelgeschäftsniveau zu beschränken und die einzelnen Anrechnungsbeträge zu aggregieren, sondern es muss der Portfolioquerschnitt für die Risikogewichte berücksichtigt werden. Hierfür ist in der im Konsultationsdokument¹⁰ vorgeschlagenen Methodik ein Formelwerk von 10 Formeln notwendig, die hier nicht weiter dargestellt werden sollen.

Für reale Portfolien liegt die im Konsultationsdokument vorgeschlagene Granularitätskorrektur in der Größenordnung einer relativen Erhöhung oder Senkung der Eigenkapitalunterlegung um 1% bis 4%. Dies entspricht für die meisten Portfolien einer Veränderung der Eigenkapitalforderung relativ zum gesamten Portfolioexposure um etwa 0.1 bis 0.5 Prozentpunkte. Portfolioanalysen zeigen jedoch, dass der Granularitätseffekt, also die Erhöhung des Risikos gegenüber homogenen Portfolien durch Exposurekonzentrationen leicht Größenordnungen von 25% bis 50% des Portfoliorisikos erreicht. D.h., obwohl die Granularitätskorrektur des Baseler Komitees kompliziert und aufwendig durchzuführen ist, wird von ihr nur ein kleiner Teil der tatsächlichen durch Mangel an Feinkörnigkeit der Exposures bewirkten Risikosteigerung abgedeckt. Deshalb schlagen wir in unserer schlanken Variante des IRB-Ansatzes eine deutlich größere Granularitätskorrektur vor, welche zugleich durch die Änderung eines Parameters in die [Grundformel](#) zur Berechnung der Risikogewichte integriert werden kann.

Schritt 3:

Die Aggregation der Eigenkapitalunterlegung vom einzelnen Geschäft hin zum gesamten Portfolio erfolgt nach Maßgabe der Konsultationsdokumente durch Addition der Einzelbeträge.

Für die Aggregation der Risiken in den einzelnen Portfoliosegmenten wie etwa dem Firmen- oder Privatkundenportfolio für sich betrachtet ist dieses Vorgehen durchaus sinnvoll, da alle Kunden innerhalb eines Segmentes im wesentlichen von denselben systematischen Risikofaktoren abhängen. In homogenen Portfolien ist dieser Zusammenhang sogar vollständig, so dass marginale Risikobeiträge einzelner Geschäfte und einzelner Kunden direkt zum Value at Risk bzw. zum Gesamtrisiko des Segmentes addiert werden können.

Für die Aggregation von Risiken aus verschiedenen Portfoliosegmenten stellt sich die Sachlage allerdings etwas anders dar, da in diesem Fall die Kunden von anderen Risikofaktoren abhängen und sich deshalb hier nicht nur die idiosynkratischen, also kundenindividuellen Risiken diversifizieren, sondern sich durch die unvollständige Abhängigkeit der Risikofaktoren zusätzliche Diversifikationseffekte bilden. Betragen etwa die Values at Risk des Firmenkunden- und des Privatkundenportfolios je € 100 Mio., dann ist bedingt durch den Diversifikationseffekt zwischen beiden Segmenten das Gesamtportfoliorisiko nicht € 200 Mio., sondern deutlich darunter. Die quantitativen Auswirkungen der Diversifikation können mit Hilfe des Basel Capital Accord Calculators Version 1.51, der im Internet frei verfügbar ist¹¹, leicht nachvollzogen werden. Durch die Vernachlässigung des Diversifikationseffektes zwischen den Segmenten führt die vom Baseler Komitee vorgeschlagene Aggregation der Eigenkapitalunterlegungen also zu einer Überschätzung des Gesamtportfoliorisikos.

¹⁰ Vergleiche *Die Neue Basler Eigenkapitalvereinbarung* §§ 507ff., *The Internal Ratings-Basel Approach* §§ 428ff. Siehe auch Gordy 2001.

¹¹ http://www.risknet.de/Risk_Management/Themen/basel2/basel2d/basel2d.html

Die Risikogewichte der IRB-Ansätze: Basel II und „schlanke“ Alternativen

Ein Beitrag von Hans Gersbach und Uwe Wehrspohn

Teil 2: Ein alternativer Ansatz für die Risikogewichte

Ausgehend von der Analyse der bestehenden Entwürfe des Baseler Komitees entwickelt Teil 2 einen Vorschlag für die Bestimmung der Risikogewichte für das Firmen- und Privatkundenportfolio, der die aufgezeigten Probleme lösen kann. Hierzu werden wir zunächst allgemeine Anforderungen an eine aufsichtsrechtliche Risikogewichtsfunktion definieren. In einem zweiten Schritt formulieren und beweisen wir die Grundformel zur Bestimmung der Risikogewichte. Im dritten Schritt passen wir die Grundformel für die Anwendung auf das Firmenkunden- und das Privatkundenportfolio an und geben konkrete Risikogewichtsfunktionen an. Schließlich zeigen wir, wie die Eigenkapitalbeträge über Portfoliosegmente und das Gesamtportfolio der Bank sinnvoll aggregiert werden können.

Schritt 1: Die Anforderungen an eine Risikogewichtsfunktion

Eine aufsichtsrechtliche Risikogewichtsfunktion muss sowohl fachliche als auch operationale Anforderungen erfüllen.

Die wesentliche fachliche Anforderung an eine Risikofunktion besteht darin, das mit Eigenkapital zu unterlegende Kreditrisiko eines Geschäftes auf eine allgemein anerkannte konzeptionelle Grundlage zu stellen. Die Risikofunktion sollte zudem verständlich und interpretierbar sein. Diese Voraussetzung ermöglicht es auch, die Risikogewichte der einzelnen Aktiva ggf. als interne Steuerungsimpulse für das Kreditrisiko z.B. in der Preisgestaltung zu verwenden.

Da sich der Value at Risk¹² als Risikomaß international auch gerade im Aufsichtsrecht der internen Marktrisikomodelle etabliert hat, wäre es konsequent für die Konsistenz der bankweiten Risikosteuerung, wenn der Value at Risk auch die Grundlage der Eigenkapitalunterlegung des Kreditrisikos wäre, die Risikogewichtsfunktion also auf diesem Risikobegriff fußt.

¹² Die korrekte Definition des Values at Risk orientiert sich unmittelbar an der Aufgabenstellung der sparsamsten Eigenkapitalunterlegung von eingegangenem Risiko bei einem gegebenem Sicherheitsziel der Bank: Welches ist die *kleinste* Menge Eigenkapital, die die Bank für die von ihr abgeschlossenen Geschäfte bereithalten muss, so dass die aus den Geschäften folgenden Verluste das Eigenkapital mit einem vorgegebenem Konfidenzniveau, also einer Wahrscheinlichkeit von z.B. 99% oder 99.5%, nicht überschreiten? Der Value at Risk ist deshalb der *kleinste* (und nicht der *maximale*) Verlust, der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird.

Der maximale Verlust, der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird, ist im Kreditrisiko der Totalverlust des Portfolios. Dies ist kein sinnvolles Risikomaß, da es zwischen Aktiva, die überhaupt einem Kreditrisiko ausgesetzt sind, nicht mehr differenziert.

Das Basler Komitee hat es aus vielerlei Gründen abgelehnt zum jetzigen Zeitpunkt bereits interne Kreditportfoliomodelle für das externe Meldewesen zuzulassen. Da sich das Komitee hier eindeutig festgelegt hat, betrachten wir dies als Rahmenbedingung für den vorliegenden Artikel, ohne diese Vorgabe selbst zu thematisieren.¹³

Schließlich sollten die aus den Risikogewichten folgenden Eigenkapitalbeträge der Aktiva sinnvoll über Portfoliosegmente bzw. über das Gesamtportfolio zu einer bankweiten Eigenkapitalunterlegung aggregiert werden können. Die Risikogewichtsfunktion sollte Hinweise dafür geben, wie diese Aggregationsregel aussehen könnte.

Operationale Anforderungen an die Risikogewichtsformeln stellen sich deshalb, weil sich aufsichtsrechtliche Vorschriften immer nur zum Teil aus den unmittelbaren Bedürfnissen der betroffenen Institute ableiten. Das externe Meldewesen sollte daher so weit als möglich auf den bestehenden Prozessen der Bankinstitute aufbauen oder klare Vorgaben für deren Veränderung geben.

Die Risikofunktionen sollten falls möglich keine komplizierten Simulationen erfordern, die am Ende nur von wenigen Banken mit relativ großem Aufwand durchgeführt werden können, sondern sie sollten eine einfache analytische Form haben, so dass verlangt werden kann, dass sie von allen Instituten ausgerechnet werden können.

Da die meisten Banken bis heute ihren Datenhaushalt bestenfalls teilweise zentralisiert haben, sollten die Anrechnungsbeträge vorerst noch dezentral, d.h. am besten auf Einzelgeschäftsniveau ermittelt werden können. Auf diese Weise ist gewährleistet, dass die Umsetzung und Abwicklung der aufsichtsrechtlichen Vorgaben an mehreren Stellen im Institut gleichzeitig vorgenommen werden können.

2. Schritt: Die Grundformel

Um unseren Vorschlag verständlich ableiten zu können, möchten wir zunächst eine zentrale analytische Grundformel ableiten, die wir dann im nächsten Schritt speziell den vorliegenden Bedürfnissen anpassen. Leser, die sich nicht für die konzeptionellen Hintergründe des Verfahrens interessieren, können diesen Abschnitt überspringen¹⁴.

Grundlage einer Reihe wichtiger Portfoliomodelle war ein Aufsatz zur Bewertung ausfallrisikogefährdeter Firmenkredite von Robert Merton (1974)¹⁵. Merton beschrieb hier das Kreditrisiko so, das der Ausfall einer Firma genau dann eintritt, wenn ein Risikoindex, der Jahr für Jahr zufällig Werte annimmt, eine bestimmte Konkursgrenze unterschreitet. In seinem Modell nahm er vereinfachend an, dass die gesamte Verschuldung der Firma aus einem einzigen Zerobond bestünde und dass in Folge der Konkurs genau dann eintrete, wenn zum Fälligkeitstermin des Zerobonds der zufällig schwankende Wert der Firma (Risikoindex R_T zum Zeitpunkt T) kleiner ist als der Nominalwert des Zerobonds (Konkursgrenze K), also wenn

$$R_T \leq K$$

¹³ Um allerdings für die Zukunft Anreize zu bieten, interne Modelle einzuführen und auch um die Gültigkeit der Anrechnungsbeträge zu gewährleisten, sollten die Risikogewichte etwas konservativer sein im Vergleich zu einer umfassenden und detaillierten Portfolioanalyse mit State-of-the-Art-Portfoliomodellen.

¹⁴ Für weitere Beweise oder Beweisansätze der Grundformel siehe Finger 2001, Finger 1998, Vasicek 1997, Overbeck/Stahl 1998.

¹⁵ Die folgende Grundidee von Merton ging ein in die Portfoliomodelle Credit Manager der KMV Corporation, Credit Smart Risk von CSC und Credit Metrics von JP Morgan.

wobei von Merton zusätzlich angenommen wurde, dass der Risikoindex R_T zum Zeitpunkt T log-normalverteilt sei, so dass der logarithmierte Risikoindex $Z_T = \log R_T$ normalverteilt ist mit Erwartungswert 0 und Varianz T. Für einen Zeithorizont von einem Jahr ist damit $Z = Z_T$ standardnormalverteilt. Wir gehen fortan grundsätzlich von einem einjährigen Zeithorizont aus, wie vom Baseler Komitee festgesetzt.

Mit Ausnahme des Modells der KMV Corporation ist in der Folge die umstrittene Deutung des Risikoindices als Firmenwert und der Konkursgrenze als Verschuldung der Firma aufgegeben worden und man hat einen abstrakten Risikoindex angenommen, der eine abstrakte Konkursgrenze unter- oder überschreitet. In diesem Zusammenhang ergibt sich die Konkursgrenze aus der aus dem internen Rating der betreffenden Bank ermittelten Ausfallwahrscheinlichkeit PD des Kunden als $\log K = \Phi^{-1}(PD)$, so dass im Modell ein Konkurs genau dann eintritt, wenn

$$Z \leq \Phi^{-1}(PD).$$

Hierbei ist $\Phi^{-1}(\cdot)$ die inverse Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung und Z ist wieder standardnormalverteilt.

Bisher bezogen sich alle Argumentationen nur auf den einzelnen Kunden. In diesem Geltungsbereich ist der Value at Risk aber als Risikomaß weitgehend ungeeignet, denn wenn etwa ein Konfidenzniveau von 99% als Grundlage des Values at Risk betrachtet werden soll, ist für Kunden mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von mehr als 1% der Value at Risk gleich dem kompletten Exposure des Kunden, während er für Kunden mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von höchstens 1% gleich 0 ist. Es gibt also hier keine Differenzierung zwischen 0 und dem gesamten Exposure.

Wir verallgemeinern deshalb den Ansatz auf homogene Portfolien, d.h. auf Portfolien, in denen alle Kunden identische Kopien voneinander sind. Alle Kunden haben also das gleiche Exposure, die gleiche Ausfallwahrscheinlichkeit, den gleichen „Loss given default“ und die gleichen Abhängigkeiten untereinander. Diese hypothetische Portfoliostruktur wird die Schlüsselformel für die Risikogewichtungsfunktionen ergeben.

Zunächst setzen wir der Einfachheit halber den Loss given default auf 100%, d.h. wir nehmen an, dass im Falle eines Konkurses das gesamte Exposure eines Kunden für die Bank verloren geht.

Um Abhängigkeiten zwischen den Kunden auf elementare Weise darstellen zu können, zerlegen wir den Risikoindex Z in zwei Komponenten, einen systematischen Risikofaktor X, der allen Kunden gemeinsam ist, und einen individuellen Risikofaktor Y_i für $i = 1, \dots, n$, der nur für Kunde i gilt. Der gemeinsame Risikofaktor X und die individuellen Risikofaktoren Y_i , $i = 1, \dots, n$, werden als standardnormalverteilt und paarweise stochastisch unabhängig angenommen. Damit die Summe aus X und Y_i , $i = 1, \dots, n$, auch wieder standardnormalverteilt ist, fügen wir einen Gewichtungssparameter

$\sqrt{\rho}$ für den systematischen Faktor und $\sqrt{1-\rho}$ für die individuellen Faktoren ein mit $\rho \in [0;1)$. Damit kann der Risikoindex Z_i für Firma i, $i = 1, \dots, n$, wie folgt dargestellt werden:

$$Z_i = \sqrt{\rho} \cdot X + \sqrt{1-\rho} \cdot Y_i$$

Kunde i fällt in diesem Modell also genau dann aus, wenn

Gleichung 1: Modellgleichung

$$Z_i = \sqrt{\rho} \cdot X + \sqrt{1-\rho} \cdot Y_i \leq \Phi^{-1}(PD)$$

für $i = 1, \dots, n$.

Die Risikoindizes Z_i und Z_j zweier verschiedener Kunden $i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j$, haben damit die Korrelation

$$\begin{aligned} \text{Corr}(Z_i, Z_j) &= \frac{\text{Cov}(Z_i, Z_j)}{\sigma_i \cdot \sigma_j} = \frac{E\left(\left(\sqrt{\rho} \cdot X + \sqrt{1-\rho} \cdot Y_i\right) \cdot \left(\sqrt{\rho} \cdot X + \sqrt{1-\rho} \cdot Y_j\right)\right)}{1 \cdot 1} \\ &= \rho \cdot \underbrace{E(X^2)}_{=1} + \sqrt{\rho} \cdot \sqrt{1-\rho} \cdot \underbrace{E(X \cdot Y_j)}_{=0} + \sqrt{\rho} \cdot \sqrt{1-\rho} \cdot \underbrace{E(X \cdot Y_i)}_{=0} + (1-\rho) \cdot \underbrace{E(Y_i \cdot Y_j)}_{=0} \\ &= \rho \end{aligned}$$

da alle Risikofaktoren paarweise stochastisch unabhängig und standardnormalverteilt sind, also Erwartungswert 0 und Standardabweichung $\sigma = 1$ haben. Der Gewichtungparameter ρ ist deshalb ein Korrelationsparameter. In Analogie zu Mertons Grundansatz bezeichnet man ρ auch als Korrelation der Firmenwerte oder Asset Value-Korrelation.

Um von der Modellgleichung für die einzelnen Kunden zu einer Aussage über die Verluste des homogenen Portfolios zu gelangen, bedingen wir auf X , d.h. wir nehmen an, der an sich zufällige systematische Risikofaktor stehe schon fest. Dies kann zum Beispiel bedeuten, dass eine bestimmte gesamtwirtschaftliche Situation eingetreten ist. Dann fallen die einzelnen Kunden genau dann aus, wenn

$$\begin{aligned} \sqrt{\rho} \cdot X + \sqrt{1-\rho} \cdot Y_i &\leq \Phi^{-1}(PD) \\ \Leftrightarrow Y_i &\leq \frac{\Phi^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} \cdot X}{\sqrt{1-\rho}} \end{aligned}$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunden ausfällt, ist dann direkt gegeben als

$$P\{\text{Kunde } i \text{ fällt aus} | X\} = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} \cdot X}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

Hieraus lässt sich für den Fall, dass der systematische Risikofaktor feststeht, eine Aussage über das Portfoliorisiko ableiten. Denn da alle Kunden nach Voraussetzung identisch und die individuellen Risikofaktoren Y_i der Kunden paarweise stochastisch unabhängig sind, sind sie auch unkorreliert und es gilt das starke Gesetz der großen Zahl. Dies besagt in diesem Fall, dass der Anteil der Kunden im Portfolio, die bis zum Ablauf des Zeithorizontes ausfallen, mit Wahrscheinlichkeit eins gegen die Ausfallwahrscheinlichkeit konvergiert, wenn die Anzahl n der Kunden im Portfolio gegen unendlich geht, also

$$P\left\{\lim_{n \rightarrow \infty} (\text{Anteil der ausfallenden Kunden an allen Kunden} | X) = P\{\text{Kunde } i \text{ fällt aus} | X\}\right\} = 1$$

Wenn für jeden Kunden das individuelle Exposure festgesetzt und dann dieser Grenzübergang durchgeführt wird, steigt das Gesamtexposure des Portfolios mit der Anzahl der Kunden und damit auch der Verlust über alle Grenzen.

Um den Grenzübergang anwendbar zu machen, ist es deshalb sinnvoll, wenn wir das Gesamtexposure des Portfolios als gegeben hinnehmen und auf immer mehr Kunden verteilen. Dann ist der Anteil der ausfallenden Kunden an allen Kunden identisch mit dem Anteil des eintretenden Verlustes am Gesamtexposure, d.h. wenn z.B. 5% der Kunden für eine gegebene Realisation von X ausfallen, ist dies äquivalent zu einem Verlust von 5% des Exposures. Wir haben also einen Portfolioverlust

$$L(PD; \rho; X) = \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} \cdot X}{\sqrt{1-\rho}} \right)$$

der nicht mehr von den zufälligen Ausfällen einzelner Kunden, sondern nur noch von den zufälligen Realisationen des systematischen Faktors X abhängt. Jedes Quantil – und damit auch der Value at Risk – der Verteilung von L muss sich deshalb direkt aus der Verteilung von X ergeben.

Da L aufgrund des negativen Vorzeichens monoton fallend in X ist, ist der kleinste Wert von L , der mit einer Wahrscheinlichkeit von α nicht überschritten wird, also identisch mit dem größten Wert von X , der mit einer Wahrscheinlichkeit von $1-\alpha$ nicht unterschritten wird, d.h. das α -Quantil der Verteilung von L ist äquivalent zum $1-\alpha$ -Quantil der Verteilung von X . Da X standardnormalverteilt ist, ist sein $1-\alpha$ -Quantil gegeben durch $\Phi^{-1}(1-\alpha)$. Der Value at Risk $VAR(PD; \rho; \alpha)$ zum Konfidenzniveau α ist damit gegeben als

$$VAR(PD; \rho; \alpha) = L(PD; \rho; \alpha) = \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} \cdot \Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{1-\rho}} \right)$$

Bei der Herleitung der Funktion L haben wir angenommen, dass der Loss given default der Kunden grundsätzlich 100% betrage. Diese vereinfachende Annahme wollen wir nun aufgeben, indem wir L neu für einen Loss given default von λ definieren als

Gleichung 2: Die Value at Risk-Formel

$$L(PD; \rho; \alpha; \lambda) = \lambda \cdot \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} \cdot \Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{1-\rho}} \right)$$

Die Funktion L gibt den Anteil des Gesamtexposures des Portfolios an, der zu dem Konfidenzniveau α mit Eigenkapital unterlegt werden muss. Aus ihr kann die Eigenkapitalunterlegung in € abgeleitet werden, indem L mit dem Gesamtexposure multipliziert wird.

Bei der vorliegenden Formel handelt es sich um den *Schlüssel*, wie der Value at Risk für homogene Kreditportfolien berechnet werden kann. Sie benötigt alleine die Informationen über die Ausfallwahrscheinlichkeit der Kunden, die Korrelation der Risikoindices, die Vorgabe über das Konfidenzniveau und den Loss given default der Geschäfte. Da durch die unendlich große Anzahl Kunden alle individuellen Risiken in diesem homogenen Portfolio diversifiziert sind, ist der marginale Risikobeitrag M eines Kunden für sein Exposure η und gegebene Parameterwerte gleich

$$M = \eta \cdot L.$$

Aus demselben Grund ist in homogenen Portfolien der Value at Risk des Gesamtportfolios gleich der Summe der marginalen Risiken der Portfoliokomponenten, da es zwischen den Komponenten keine Diversifikationsmöglichkeiten mehr gibt. Es reicht also, die marginalen Risikobeiträge auf Kunden-

oder Geschäftsebene auszurechnen und dann über alle Kunden bzw. Geschäfte im Portfolio zu addieren, um die für das ganze Portfolio korrekte Eigenkapitalunterlegung zu bestimmen.¹⁶

Gleichung 2 wird für die weitere Konkretisierung der von uns vorgeschlagenen Risikogewichtsfunktionen RW die Ausgangsbasis bilden. Da im Konsultationspapier alle Risikogewichte zur Bestimmung der Eigenkapitalunterlegung noch mit dem Solvabilitätskoeffizienten multipliziert werden sollen, geben wir die Funktion hier noch einmal in transformierter Form an:

Gleichung 3: Die Grundformel

$$RW(PD; \rho; \alpha; \lambda) = 12.5 \cdot L(PD; \rho; \alpha; \lambda) = 12.5 \cdot \lambda \cdot \Phi \left(\frac{\Phi^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} \cdot \Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{1-\rho}} \right)$$

Die Grundformel erfüllt in homogenen Portfolien alle der unter Schritt 1 genannten Anforderungen an eine Risikogewichtsfunktion:

- Die Formel hat eine einfache Form. Sie ist in jedem Tabellenkalkulationsprogramm zu implementieren. Implementationsfehler können leicht gefunden werden.
- Die Eigenkapitalunterlegung kann mit der Grundformel dezentral auf Einzelgeschäfts- bzw. Einzelkundenebene berechnet werden.
- Die aus der Grundformel abgeleitete Eigenkapitalunterlegung stimmt mit dem marginalen Value at Risk zum Konfidenzniveau α überein. Die Aggregation kann durch einfache Addition erfolgen und liefert den Value at Risk des Gesamtportfolios zum selben Konfidenzniveau.

Realistische Bankportfolien sind allerdings immer bis zu einem gewissen Grad inhomogen: Die Abhängigkeiten sind nicht einheitlich, die Ausfallwahrscheinlichkeiten variieren zwischen den Ratinggruppen und es gibt Kunden mit sehr großen und andere mit sehr kleinen Exposures. Die Grundformel wird also durch zusätzliche Überlegungen in die Praxis übertragen werden müssen, was im nächsten Schritt diskutiert wird.

Schritt 3: Adaption der Grundformel

Um die Grundformel für die Risikogewichte in der Praxis einsetzen zu können, müssen die vier Parameter, von denen ihr konkreter Wert abhängt, bestimmt werden. Die Bestimmung des Loss given default λ , der Ausfallwahrscheinlichkeit PD und des Konfidenzniveaus α ergeben sich hierbei unmittelbar aus dem zugrunde liegenden Geschäft, dem entsprechenden Kunden und der Risikopolitik der Aufsichtsbehörden.

¹⁶ Eine verallgemeinerte Version der Value at Risk-Formel, bei der homogene Portfolien mit Kunden mit vielen verschiedenen Ausfallwahrscheinlichkeiten betrachtet werden können, ist ein Spezialfall des Kreditportfoliomodells Credit Smart Risk. Eine Umsetzung in Form eines Excel-Rechners ist öffentlich unter dem Link http://www.risknet.de/Risk_Management/Themen/basel2/basel2d/basel2d.html im New Basel Capital Accord Calculator zugänglich.

Der einzige Parameter, der Spielraum für eine Anpassung bietet, ist also die Korrelation ρ . Basierend auf der Interpretation von ρ als Korrelation zweier Risikoindices, etwa der Korrelation der Firmenwerte der Kunden, hat das Baseler Komitee in seinem Ansatz ρ auf einen Wert von 20% festgelegt. Zusammen mit der Setzung $\alpha = 99.5\%$ ergibt sich damit

$$\frac{1}{\sqrt{1-\rho}} = \frac{1}{\sqrt{1-0.2}} = 1.118$$

und

$$\frac{-\sqrt{\rho} \cdot \Phi^{-1}(1-\alpha)}{\sqrt{1-\rho}} = \frac{-\sqrt{0.2} \cdot \Phi^{-1}(1-0.995)}{\sqrt{1-0.2}} = 1.288$$

also die Komponente

$$\Phi(1.288 + 1.118 \cdot \Phi^{-1}(PD))$$

der Risikogewichtsfunktion in § 171f. des Konsultationsdokumentes *The Internal Ratings-Based Approach*.

Um die strukturellen Abweichungen realer Portfolien gegenüber den zur Herleitung der Grundformel zunächst angenommenen homogenen Portfolien in der Risikogewichtsfunktion zu berücksichtigen, nimmt das Baseler Komitee an dieser elementaren Funktion ein Reihe von Korrekturrechnungen vor (vgl. Teil 1).

Wenn man zur Bestimmung der Risikogewichte die einfache Form der Grundformel beibehalten und die problematischen Korrekturrechnungen vermeiden möchte, ist es daher notwendig, die Interpretation des Korrelationsparameters ρ zu erweitern. Im Fall homogener Portfolien konnte ρ als die vollständige Darstellung der Abhängigkeiten zwischen den Kunden verstanden werden. Die Abhängigkeiten der Kunden untereinander sind in realistischen Portfolien allerdings hochgradig heterogen. Hier gibt es Fälle von Kunden, die in der Entwicklung ihrer wirtschaftlichen Zukunft fast vollständig aufeinander angewiesen sind, während andere Firmen praktisch zusammenhanglos nebeneinanderher existieren. Um diese Komplexität abzubilden, wäre ein voll ausgearbeitetes Portfoliomodell nötig.

Ein weiterer wesentlicher Risikotreiber, der in homogenen Portfolien nicht vorkommt, ist die sehr unterschiedliche Höhe, der von den einzelnen Kunden gehaltenen Exposures. Portfolioanalysen zeigen, dass in homogenen Portfolien, in denen lediglich die Exposures eine realitätsnahe Verteilung haben, aber sonst alle Kunden vollkommen identisch sind, die Values at Risk 25%-50% über dem von der Grundformel ausgewiesenen Wert liegen, die diesen Einfluss vernachlässigt.

Um trotzdem die Risikogewichte ausschließlich mit der Grundformel zu bestimmen, verstehen wir den Parameter ρ als stellvertretenden, universellen und residualen Risikotreiber, der alle Einflüsse auf das Portfoliorisiko ausser den Ausfallwahrscheinlichkeiten umfasst. Er wird deshalb nicht unmittelbar geschätzt, sondern erfahrungsbezogen durch den Vergleich mit den Ergebnissen vieler die jeweiligen Portfoliostrukturen exakt verarbeitender Portfolioanalysen so gewählt, dass die auf der Grundformel basierende Eigenkapitalunterlegung ähnliche oder besser leicht höhere Werte liefert als die exakte Analyse. Wir werden in Teil 3 beispielhaft zwei dieser Portfolioanalysen darstellen.

Sinnvolle Werte von ρ liegen nach den Ergebnissen der von uns durchgeführten Analysen im Bereich von 30%-35%. Dieses Resultat hängt allerdings sehr stark von den betrachteten Portfolien ab und sollte in umfassenderen Untersuchungen mit einer größeren Zahl Portfolien verifiziert werden. Es ist gerade eine der zentralen Stärken der Grundformel, dass sie flexibel parametrisiert werden kann.

Die Annahme von $\rho = 30\%$ liefert für das vom Baseler Komitee gesetzte Konfidenzniveau von $\alpha = 99.5\%$ die folgende vereinfachte und modifizierte Risikogewichtsfunktion:

Gleichung 4: Modifizierte Risikogewichtsfunktion für das Firmenkundenportfolio

$$RW = 12.5 \cdot \lambda \cdot \Phi(1.686 + 1.195 \cdot \Phi^{-1}(p))$$

Es ist zu bemerken, dass die in Gleichung 4 angegebene Risikogewichtsfunktion bereits die Granularität des Bankportfolios pauschal mit abdeckt. Da ohne ein volles Portfoliomodell eine exakte Granularitätskorrektur ohnehin nicht möglich ist, scheint es sinnvoll zu sein, zugunsten der Einfachheit auf eine scheinbare Einzelfallgerechtigkeit zu verzichten.

Die flexible Anpassungsfähigkeit der Grundformel zeigt sich auch darin, dass sie an die in Teil 1 dargestellte Risikogewichtsfunktion des Baseler Komitees für das Firmenkundenportfolio gut angepasst werden kann. Wir wählen hierzu die Korrelation ρ so, dass ein Kunde mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $PD = 0.7\%$ und einem Loss given default von $\lambda = 50\%$ genau ein Risikogewicht von 100% erhält. Man erhält dann einen Wert von $\rho = 44\%$ und die Risikogewichtsfunktion

Gleichung 5: Vereinfachte Baseler Risikogewichtsfunktion für das Firmenkundenportfolio

$$RW = 12.5 \cdot \lambda \cdot \Phi(2.283 + 1.336 \cdot \Phi^{-1}(p))$$

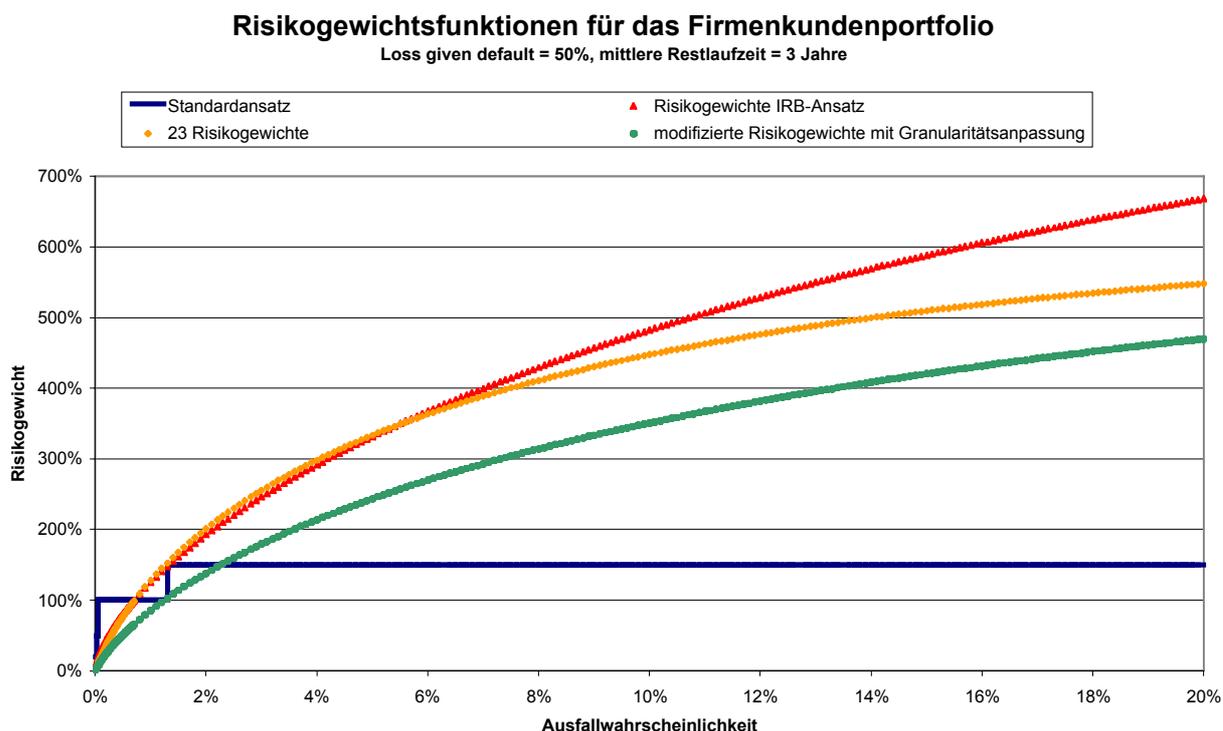


Abbildung 3: Risikogewichtsfunktionen für das Firmenkundenportfolio

Abbildung 3 zeigt die genannten Risikogewichtsfunktionen. Es wird deutlich, dass gerade im wichtigen unteren Bereich von Ausfallwahrscheinlichkeiten unter 2% die ursprüngliche und die vereinfachte Baseler Risikogewichtsfunktion sehr gut übereinstimmen. Wie wir in Teil 3 sehen werden, führen beide Versionen für reale Portfolios zu praktisch derselben Eigenkapitalunterlegung.

Die modifizierte Risikogewichtsfunktion weist demgegenüber für alle Ausfallwahrscheinlichkeiten niedrigere Risikogewichte aus als die ursprüngliche Baseler Funktion. Darüberhinaus führt die modifizierte Funktion bis zu Ausfallwahrscheinlichkeiten von ca. 2% zu einer niedrigeren Eigenkapitalunterlegung als der Standardansatz und bietet damit einen weit stärkeren Anreiz für Banken einen IRB-Ansatz einzuführen, als dies bisher der Fall war.

Es ist zudem zu beachten, dass es im hier vorgetragenen Ansatz keine Fälligkeitskorrektur mehr gibt. Für eine feste einjährige Ausfallwahrscheinlichkeit und gegebenen Loss given default muss für alle Geschäfte derselbe Prozentsatz Eigenkapital unterlegt werden, unabhängig von ihrer jeweiligen mittleren Restlaufzeit. Dieses Vorgehen ist eine unmittelbare methodische Folge der Entscheidung des Baseler Komitees für einen einheitlichen Zeithorizont von einem Jahr, über den das Risiko eines Geschäftes und eines Portfolios betrachtet werden soll.¹⁷

¹⁷ Eine detaillierte Argumentation über die möglichen Nachteile einer Fälligkeitskorrektur wie sie in Basel II vorgeschlagen wurden findet sich in Gersbach und Wehrspohn (2001).

Für das Privatkundenportfolio können durch eine ähnliche Argumentation entsprechende vereinfachende Formeln abgeleitet werden. Wir erhalten hier für einen Wert von $\rho = 15\%$ die modifizierte Risikogewichtsfunktion

Gleichung 6: Modifizierte Risikogewichtsfunktion für das Privatkundenportfolio

$$RW = 12.5 \cdot \lambda \cdot \Phi(1.082 + 1.084 \cdot \Phi^{-1}(p))$$

Eine vereinfachte Version der vom Baseler Komitee für das Privatkundenportfolio vorgeschlagenen Risikogewichte ergibt sich für $\rho = 22\%$. Auch hier wurde ρ so gewählt, dass die ursprüngliche und die vereinfachte Funktion an derselben Stelle ein Gewicht von 100% vorsehen.

Gleichung 7: Vereinfachte Baseler Risikogewichtsfunktion für das Privatkundenportfolio

$$RW = 12.5 \cdot \lambda \cdot \Phi(1.368 + 1.132 \cdot \Phi^{-1}(p))$$

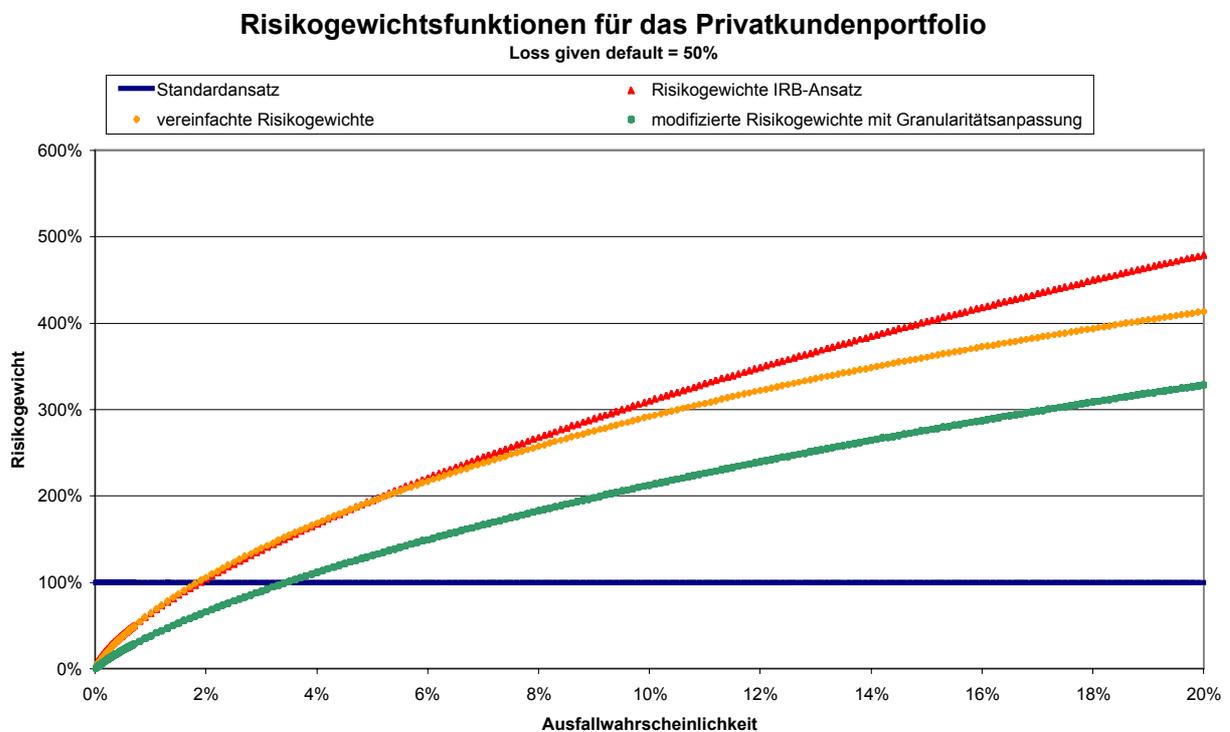


Abbildung 4: Risikogewichtsfunktionen für das Privatkundenportfolio

Ähnlich wie bei den Formeln für das Firmenkundenportfolio stimmen hier die originale und die vereinfachte Gewichtsfunktion für den wichtigen unteren Bereich der Ausfallwahrscheinlichkeiten

praktisch überein, während die modifizierte Anrechnungsformel grundsätzlich niedrigere Gewichte ausweist.

Schritt 4: Aggregation der Risiken

Die Grundformel der Risikogewichte war für homogene Portfolios hergeleitet worden. In diesem Rahmen ist das gesamte diversifizierbare Risiko auch tatsächlich nicht mehr Teil des Portfoliorisikos und nur das systematische Risiko ist im Portfolio erhalten geblieben. Der Value at Risk des Portfolios ergibt sich deshalb hier als die Summe der marginalen Values at Risk der einzelnen Geschäfte bzw. Kunden.

Da wir in der Adaption der Grundformel die einzelnen Segmente jeweils nur durch einen festen systematischen Faktor dargestellt hatten, bleibt diese Aussage richtig für die Aggregation innerhalb des entsprechenden Segments. Die Eigenkapitalunterlegung für die Gesamtheit der Firmenkunden etwa kann also durch Addition der für die einzelnen Firmen ermittelten Anrechnungsbeträge berechnet werden.

Für die Aggregation von Risiken zwischen verschiedenen Segmenten ist dies allerdings kaum mehr richtig, da die einzelnen Segmente von verschiedenen systematischen Faktoren abhängen, so dass Kunden in verschiedenen Segmenten in der Regel geringer korreliert sind als Kunden innerhalb desselben Segmentes. Zwischen den Segmenten besteht daher ein zusätzliches Diversifikationspotenzial, so dass eine Addition der Segmentrisiken zu einem Gesamtrisiko das tatsächliche Portfoliorisiko überschätzt.

Auch durch Diversifikation kann das Portfoliorisiko niemals kleiner sein als das Risiko eines der Segmente, aber die Zuwächse des Gesamtrisikos sind für jedes weitere Segment in der Regel deutlich kleiner als das Risiko dieses Segments allein. Es ist deshalb sinnvoll eine Aggregationsregel für die Segmentrisiken zu formulieren, welche zunächst das größte Segmentrisiko voll mit Eigenkapital unterlegt, von jedem weiteren Segment jedoch nur die Hälfte vorsieht:

Gleichung 8: Modifizierte Aggregationsregel für den Eigenkapitalbedarf

$$C_P = 0.5 \cdot \max_s C_S + 0.5 \cdot \sum_s C_S$$

Hierbei steht C_P für die für das Gesamtportfolio und C_S für die für die einzelnen Segmente erforderlichen Mengen regulativen Eigenkapitals.

Der Faktor 0.5 ist bei dieser Abschätzung unserer Erfahrung nach immer noch konservativ und gewährleistet, dass interne Risikomodelle auch diesem Ansatz gegenüber attraktiv bleiben.

Dieses Ergebnis steht allerdings unter einem wichtigen Vorbehalt. Denn wenn man annehmen möchte, dass nicht nur die Kunden innerhalb desselben Segments, sondern auch die Kunden in ganz verschiedenen wirtschaftlichen Bereichen alle von demselben, einzigen systematischen Faktor abhängen, besteht zwischen den Segmenten offenbar nach Voraussetzung keinerlei Diversifikationsmöglichkeit und die eben dargestellte Aggregationsformel wäre nicht anzuwenden. In diesem Modell wäre die direkte Addition der Risiken tatsächlich richtig. Um unnötige und ggf. massive Überschätzungen des Risikos zu vermeiden, ist deshalb zu prüfen, wie unterschiedliche Portfoliosegmente real voneinander abhängen und ob das Ein-Faktor-Modell auf dieser Ebene noch sinnvoll ist.

Die Analysen in Teil 3 werden zeigen, welche Auswirkungen die Überarbeitungen der Formeln für echte Portfolios haben.

Die Risikogewichte der IRB-Ansätze: Basel II und „schlanke“ Alternativen

Ein Beitrag von Hans Gersbach und Uwe Wehrspohn

Teil 3: Portfolioanalysen

Nachdem wir in Teil 1 die neuen IRB-Ansätze des Baseler Komitees für Bankenaufsicht zur Eigenkapitalunterlegung von Portfolien analysiert und in Teil 2 eigene, alternative Vorschläge gemacht hatten, werden wir beide Entwürfe auf zwei Bankportfolien anwenden, um sie auch quantitativ vergleichen zu können. Portfolio A ist das echte Gesamtportfolio einer deutschen Regionalbank. Portfolio B ist ein generisches Portfolio, das etwa einem Bankportfolio mit im Durchschnitt gut gerateten Kunden entspricht.

Als Spiegel des tatsächlichen Portfoliorisikos analysieren wir beide Portfolien auch mit einem differenzierten Risikomodell¹⁸, um Anhaltspunkte dafür zu gewinnen, wie gut die regulativen Ansätze dem tatsächlichen Risikoprofil der Portfolien angepasst sind.

Es zeigt sich sowohl für einen einjährigen Zeithorizont als auch für mehrjährige Zeithorizonte, dass die von uns vorgeschlagenen „schlanken“ Alternativen im Vergleich zu den Baseler Verfahren das ermittelte Portfoliorisiko sehr gut erfassen.

Bei der expliziten Berücksichtigung der mittleren Restlaufzeit der Geschäfte und damit für längerfristige Zeithorizonte steigt allerdings das Portfoliorisiko gegenüber dem einjährigen Horizont stark an und überschreitet sogar die Eigenkapitalforderungen der IRB-Ansätze trotz der Fälligkeitskorrektur. Dies zeigt, dass es kaum möglich sein wird, Restlaufzeiten und mehrjährige Zeithorizonte als Grundlage für die Berechnung der Risikogewichte einzubeziehen, ohne massive Erhöhungen der Mindestkapitalanforderungen in Kauf zu nehmen.

Portfolio A

Das Portfolio A besteht aus ungefähr 9.000 Firmen- und 165.000 Privatkunden. Auf die Firmenkunden entfallen 43% des Gesamtexposures. Die verbleibenden 57% des Exposures werden von den Privatkunden in Anspruch genommen. Die Exposurekonzentrationen innerhalb dieser beiden Segmente entsprechen ungefähr der Darstellung in Abbildung 5.

¹⁸ Die Analysen wurden mit dem Modell Credit Smart Risk durchgeführt. Vergleiche hierzu www.creditsmartrisk.com.

Exposureverteilung einer großen Bank

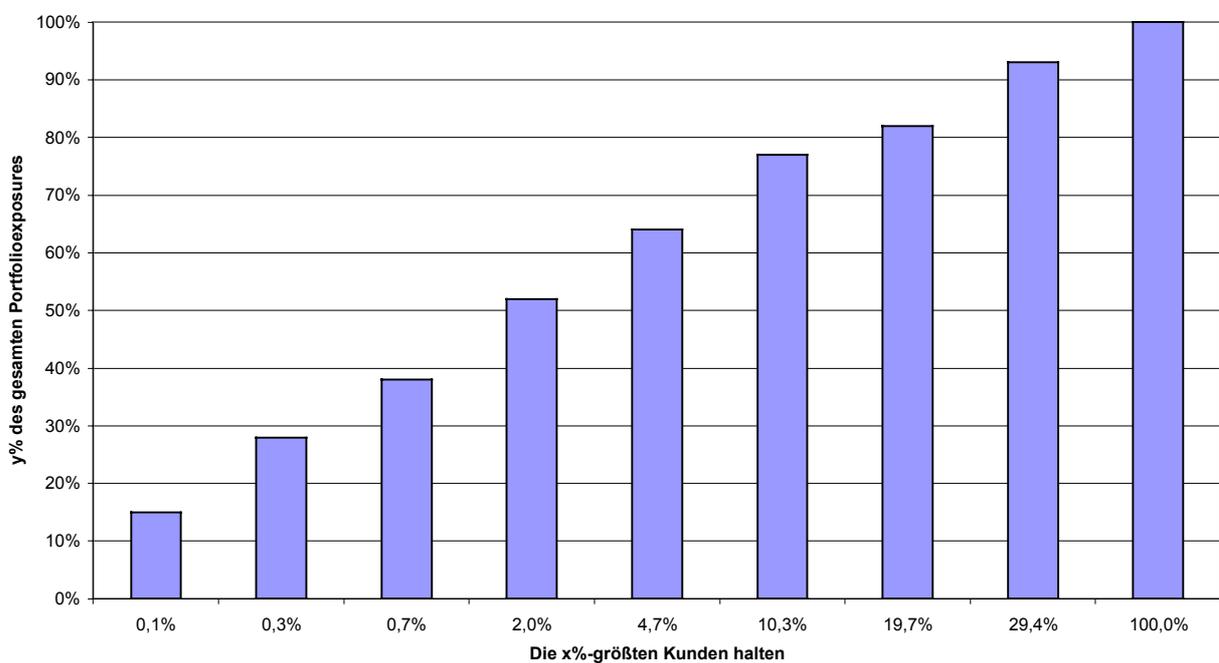


Abbildung 5: Exposureverteilung

Im Firmenkundenportfolio entfallen auf genau 2% der Kunden 50% des gesamten Exposures dieses Segmentes. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden befinden sich in einer Bandbreite von 0.03% bis zu 22%. Insgesamt verteilen sich die Kunden dieses Segmentes auf 8 Branchen. Die Risikoindexkorrelationen von zwei Firmen liegen zwischen 20% und 50% und damit deutlich über den vom Baseler Komitee veranschlagten durchschnittlichen 20%.

Wir führen zwei Arten von Analysen durch. Zunächst legen wir für die Geschäfte des Portfolios eine standardisierte mittlere Restlaufzeit von drei Jahren zugrunde, so wie es in den Konsultationsdokumenten für den IRB-Basisansatz angenommen wird¹⁹, und vergleichen die hieraus resultierende Mindestkapitalanforderung mit den vom Portfoliomodell ermittelten einjährigen Values at Risk zum 99%- bzw. 99.5%-Konfidenzniveau. Diese Analyse entspricht der Grundsituation mit einem einheitlichen einjährigen Zeithorizont unabhängig von der tatsächlichen Restlaufzeit der Geschäfte.

In der zweiten Analyse, die sich auf das Firmenkundenportfolio beschränkt, wird die mittlere Restlaufzeit der Geschäfte auch in der exakten Portfolioanalyse explizit berücksichtigt. Um eine transparente Darstellung unserer Ergebnisse zu erhalten, standardisieren wir die Restlaufzeit aller Geschäfte sukzessive auf 1 bis 7 Jahre.

¹⁹ Vergleiche *Die Neue Basler Eigenkapitalvereinbarung* § 173.

Wir diskutieren zunächst die Resultate der Analyse der Grundsituation bei einem einjährigen Zeithorizont:

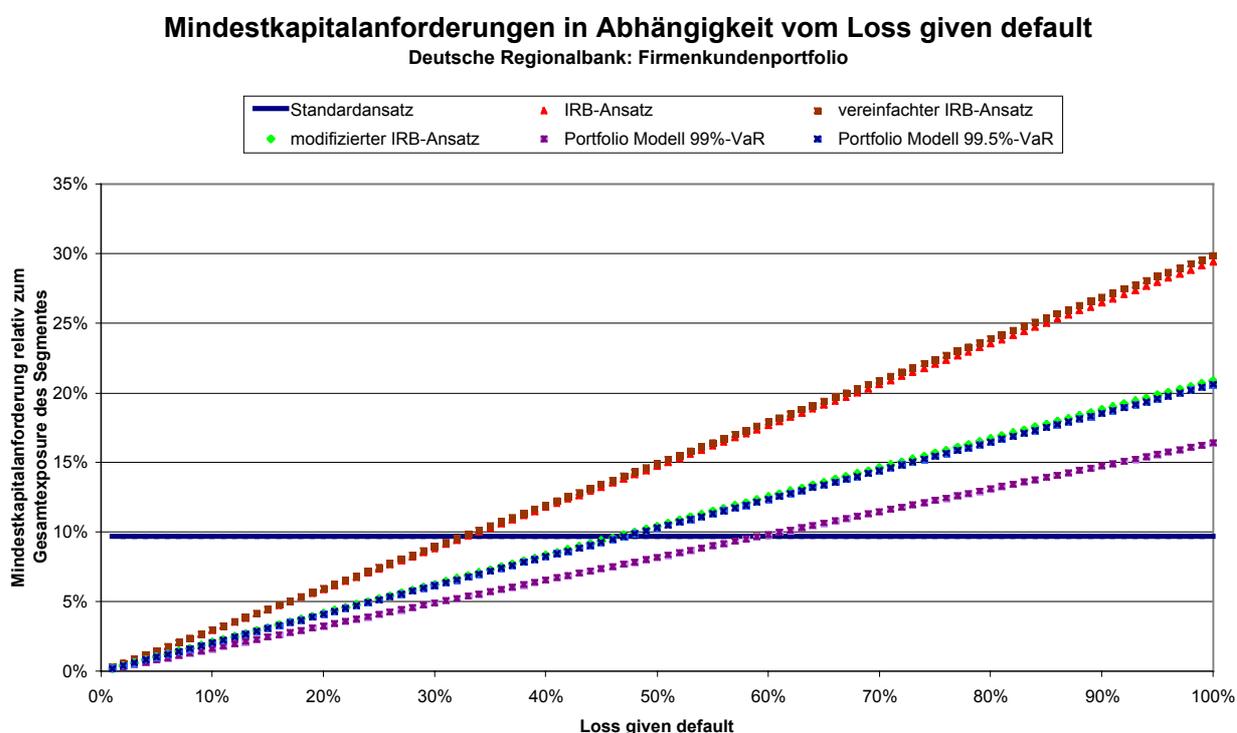


Abbildung 6: Eigenkapitalerfordernisse für das Firmenkundenportfolio einer deutschen Regionalbank

Die Abbildung 6 fasst die Ergebnisse der Berechnungen und Simulationen in Abhängigkeit vom durchschnittlichen Loss given default des Portfolios grafisch zusammen. Fünf Beobachtungen können hier direkt abgelesen werden:

1. Die mit Hilfe der Risikogewichtsfunktionen des Konsultationsdokumentes berechneten Eigenkapitalerfordernisse stimmen nahezu identisch mit den Ergebnissen der von uns vorgeschlagenen [vereinfachten Risikogewichtsfunktion](#) für das Firmenkundenportfolio überein. Dies zeigt, dass das Baseler Komitee die Risikogewichtsfunktionen auch dann ohne erkennbare Verzerrung deutlich verschlanken könnte, wenn es im wesentlichen an seinen bisherigen Ansätzen festhalten möchte.
2. Der Standardansatz führt für Werte des Loss given default-Parameters (LGD) von über 33% zu einer geringeren Eigenkapitalunterlegung als der IRB-Ansatz. Da realistische Werte des LGD in der Regel oberhalb von 33% liegen, kann aus diesem Befund unmittelbar geschlossen werden, dass die Verwendung der IRB-Ansätze für diese Bank eine signifikante Erhöhung der Eigenkapitalunterlegung gegenüber dem schlichten Standardansatz bedeuten würden.

3. Der von uns vorgeschlagene [modifizierte IRB-Ansatz](#) führt zu niedrigeren Eigenkapitalanforderungen als der Ansatz des Konsultationspapiers, aber dennoch zu einer leicht höheren Unterlegung als die exakte Portfolioanalyse bei Verwendung des Values at Risk zum Konfidenzniveau von 99.5% erfordern würde.
4. Der modifizierte IRB-Ansatz ist eine sehr gute Näherung des 99.5%-Values at Risk wie er vom Portfoliomodell berechnet wurde. Der modifizierte IRB-Ansatz deckt also die schlechte Feinkörnigkeit (Granularität) des Firmenkundenportfolios vollständig ab.
5. Selbst wenn das exakte Portfoliomodell zur Bestimmung der notwendigen Eigenkapitalunterlegung verwendet wird, das die Diversifikation zwischen den Kunden auch in beliebig heterogenen Portfolien genau erfasst, werden für das vorliegende Firmenkundenportfolio für realistische Werte des LGD höhere Eigenkapitalerfordernisse erforderlich als vom Baseler Standardansatz. Dies impliziert, dass auch dann die Eigenkapitalanforderungen für das Firmenkundenportfolio dieser Regionalbank steigen werden, wenn interne Risikomodelle verwendet werden.

Die Granularitätskorrektur für das Firmenkundenportfolio bewirkt bei einer LGD von 100% eine Senkung des Eigenkapitalbedarfs um 3.2% des Risikos oder 0.95 Prozentpunkte und ist nahezu linear im LGD.

Im Privatkundenportfolio der Bank liegen die Ausfallwahrscheinlichkeiten zwischen 0.03% und 8%. 2.2% der Kunden halten 50% des Exposures dieses Segmentes. Die Korrelationen zwischen den Kunden sind auf 10% gesetzt worden.

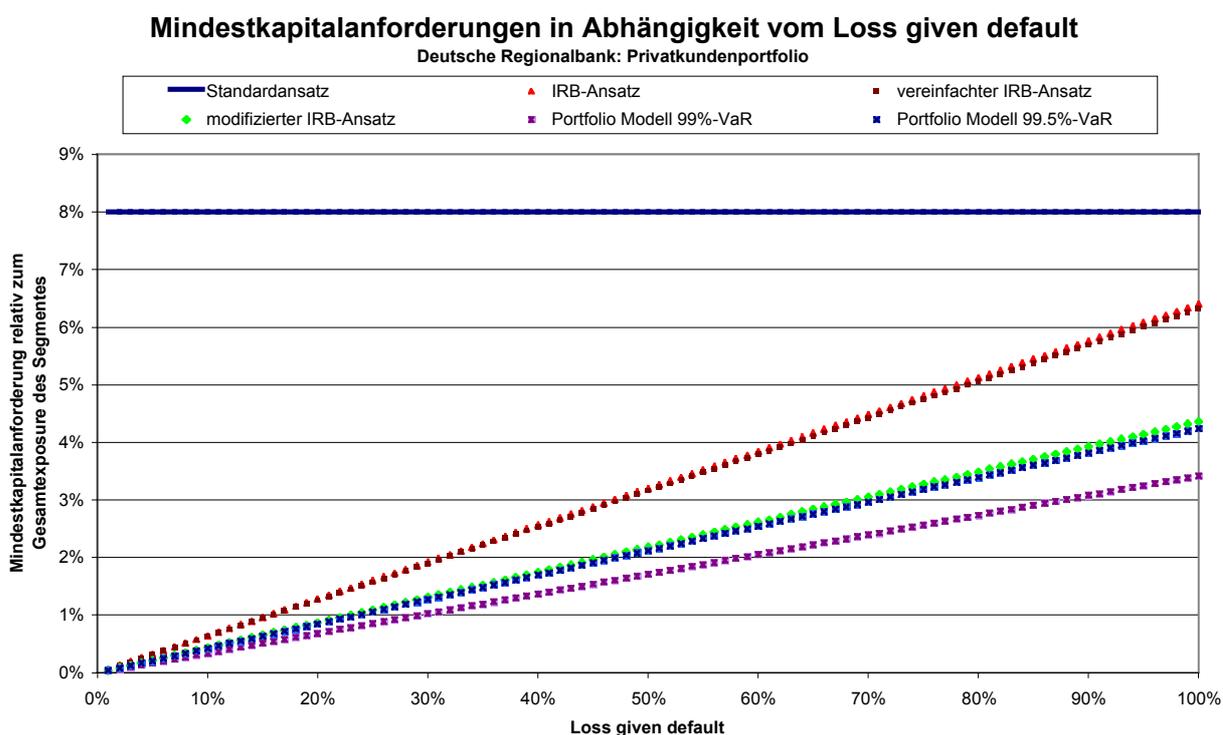


Abbildung 7: Eigenkapitalerfordernisse für das Privatkundenportfolio einer deutschen Regionalbank

Die Ergebnisse werden in Abbildung 7 veranschaulicht. Anders als im Firmenkundenportfolio sieht hier der Standardansatz für alle Werte des Loss given default wesentlich höhere Eigenkapitalforderungen vor als die IRB-Ansätze. Der Grund hierfür besteht in der Privilegierung der IRB-Ansätze gegenüber dem Standardansatz für Ausfallwahrscheinlichkeiten bis 1.9% (siehe [Teil 2 Abbildung 4](#)).

Ähnlich wie im Firmenkundenportfolio zeigen jedoch auch hier die Formel des Konsultationsdokumentes und die von uns vorgeschlagene vereinfachte Risikogewichtsfunktion fast identische Resultate. Die modifizierte Risikogewichtsfunktion führt zu deutlich niedrigeren Kapitalanforderungen, die aber dennoch höher sind als das vom Portfoliomodell ausgewiesene Risiko.

Mindestkapitalanforderungen in Abhängigkeit vom Loss given default Deutsche Regionalbank: Gesamtportfolio

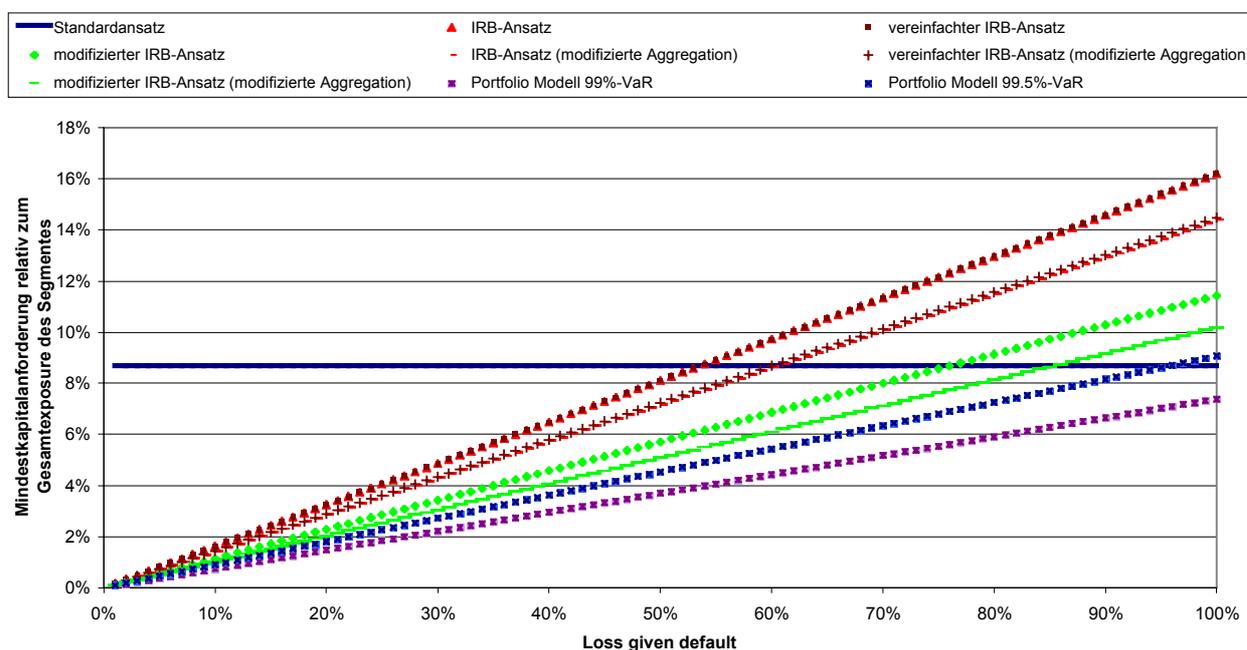


Abbildung 8: Eigenkapitalerfordernisse für das Gesamtportfolio einer deutschen Regionalbank

Die zusammenfassenden Ergebnisse für das Gesamtportfolio der Regionalbank sind in Abbildung 8 dargestellt. Es wird deutlich, dass aufgrund der Diversifikation zwischen den Segmenten die detaillierte Analyse des Portfoliomodells zu erheblich niedrigeren Eigenkapitalanforderungen führt als alle IRB-Ansätze. Durch die modifizierte Aggregationsregel der Kapitalanforderungen kann dieser Diversifikationseffekt zumindest teilweise erfasst werden. Dabei ist zu beachten, dass die Bank mit dem modifizierten IRB-Ansatz trotz des starken Eigenkapitalbedarfs für das Firmenkundenportfolio auf der Ebene des Gesamtportfolios auch für realistische Werte des LGD Möglichkeiten der Kapitaleinsparung gegenüber dem Standardansatz erhält.

Lässt man die Forderung eines einheitlichen einjährigen Zeithorizontes für die Berechnung des Portfoliorisikos fallen und betrachtet das Risiko angepasst an die mittlere Restlaufzeit der einzelnen Geschäfte, ändern sich die Ergebnisse in einigen Punkten.

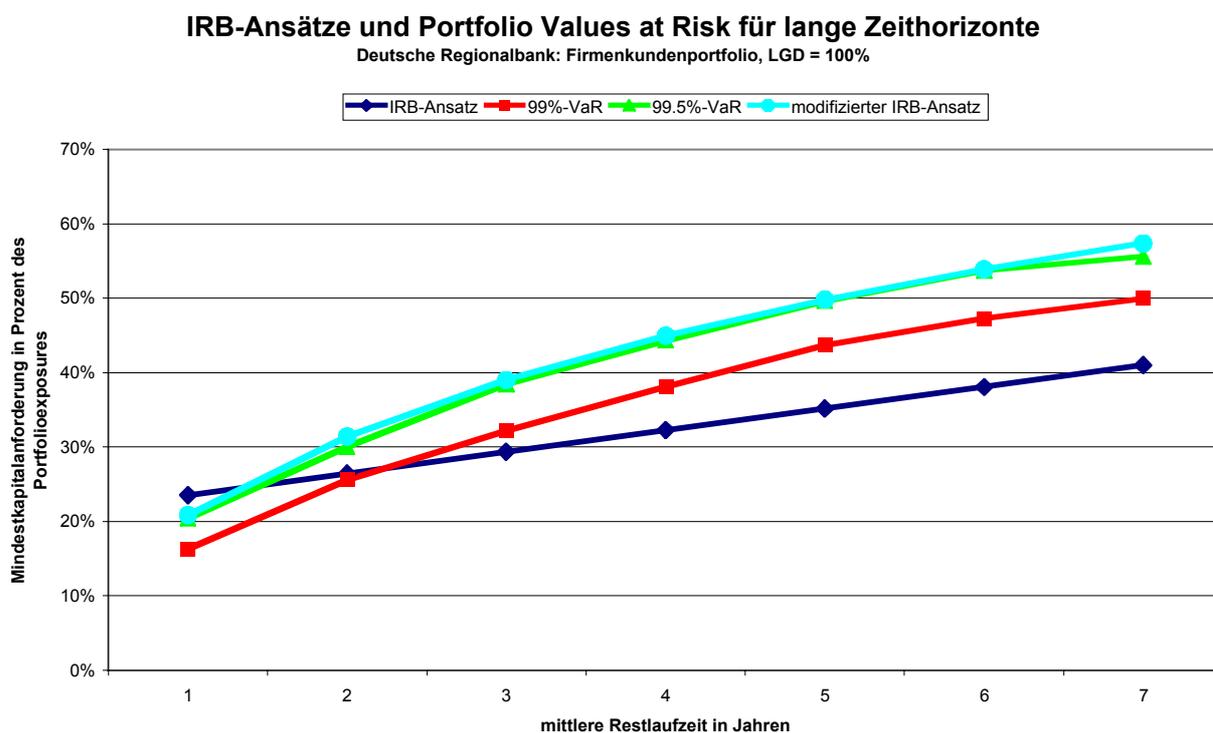


Abbildung 9: Risikoanalyse über lange Zeithorizonte: Firmenkundenportfolio einer deutschen Regionalbank

Abbildung 9 zeigt, wie sich die Mindestkapitalanforderungen entwickeln, wenn die Zeithorizonte zur Berechnung des Values at Risk des Portfolios den Restlaufzeiten der Geschäfte angepasst werden. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

1. Der IRB-Ansatz überzeichnet vor allem bei kurzen Restlaufzeiten das Portfoliorisiko. Bereits bei 2 bzw. 3 Jahren mittlerer Fälligkeit unterschätzt der IRB-Ansatz jedoch den 99.5%- bzw. 99%-Value at Risk. Um das mehrjährige Risiko adäquat abzubilden, müsste die Maturitätsanpassung des IRB-Ansatzes also nach oben korrigiert werden, wenn tatsächlich Eigenkapital für längere Laufzeiten als ein Jahr bereitgestellt werden soll.
2. Bei längeren Zeithorizonten steigt der Kapitalbedarf für das Portfoliorisiko stark an, denn in diesem Fall werden die Banken veranlasst Risiken abzusichern, die u.U. gar nicht gegenwärtig, sondern erst in mehreren Jahren bestehen. Durch diesen Effekt wird es sehr schwierig, bei langen Laufzeiten den IRB-Ansatz mit dem Standardansatz in Einklang zu bringen.

3. Der von uns vorgeschlagene modifizierte IRB-Ansatz folgt – um die Korrektur auf einen Mehrjahreszeithorizont²⁰ erweitert – dem mehrjährigen Portfoliorisiko wesentlich dichter als der ursprüngliche IRB-Ansatz. Dies zeigt, dass die von uns vorgeschlagene „schlanke“ Methodik, die an sich keine Fälligkeitskorrektur vorsieht, ohne gravierende Verkomplizierungen auch auf längere Zeithorizonte übertragen werden könnte, falls dies tatsächlich vorgesehen würde.

Portfolio B

Portfolio B besteht allein aus einem 12.000 Kunden umfassenden Firmenkundenportfolio. Die Ausfallwahrscheinlichkeiten liegen zwischen 0.05% und 4%. 2.8% der Kunden haben 50% des Exposures. Die Kunden repräsentieren 10 Branchen. Die Risikoindexkorrelationen zwischen den Kunden liegen in der Größenordnung von 20% bis 50%.

Obwohl die Kreditqualität dieses Portfolios deutlich über der von Portfolio A liegt, liefern die Portfolioanalysen ähnliche Resultate. Wir beginnen zunächst wieder mit der Analyse der Grundsituation bei einem einheitlichen einjährigen Zeithorizont.

²⁰ Der modifizierte IRB-Ansatz wurde mit [Gleichung 4 aus Teil 2](#) mit einjährigen Ausfallwahrscheinlichkeiten PD berechnet, in dem in der Formel PD durch die auf M -Jahre transformierte Ausfallwahrscheinlichkeit $1 - (1 - PD)^M$ ersetzt wurde.

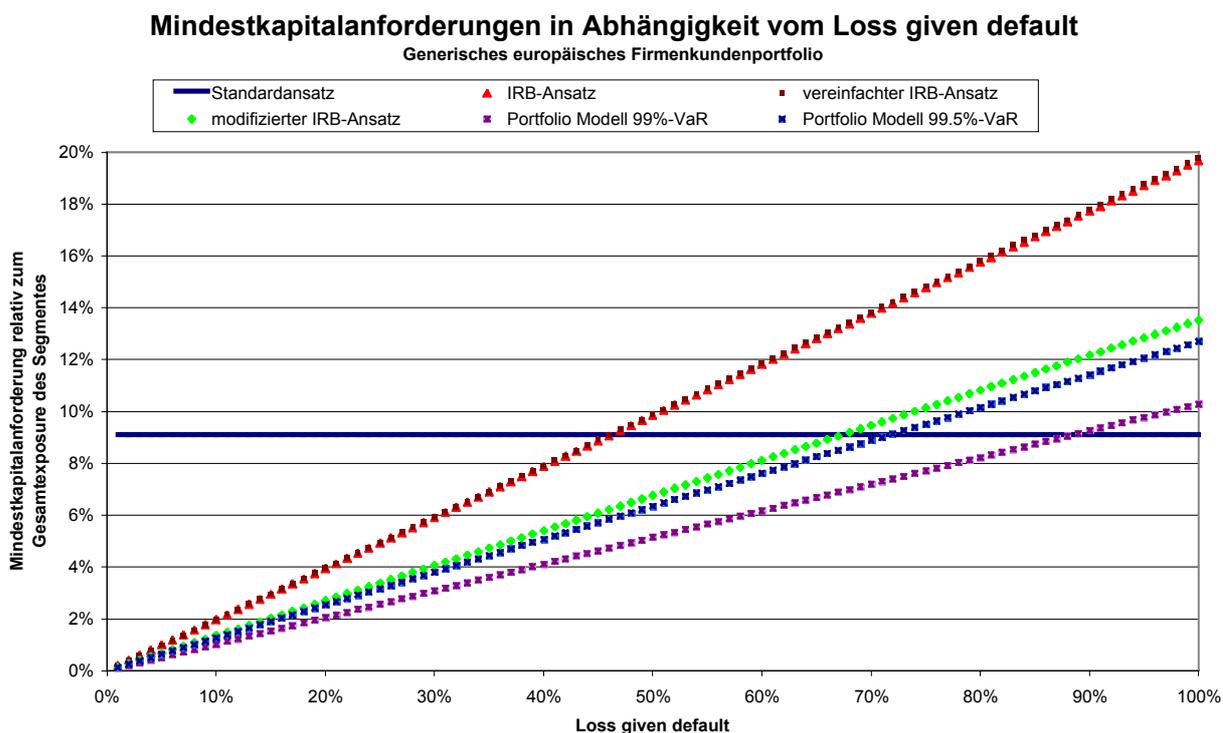


Abbildung 10: Eigenkapitalerfordernisse für das generische europäische Firmenkundenportfolio

Auch in Portfolio B führt der bestehende IRB-Ansatz des Baseler Komitees nur für geringe Werte der LGD zu niedrigeren Eigenkapitalerfordernissen als der Standardansatz. In diesem Portfolio genügen jedoch mittlere LGDs von unter 46%, um die Bank mit dem IRB-Ansatz besser zu stellen als mit dem Standardansatz.

Der IRB-Ansatz der Konsultationsdokumente und seine von uns vorgeschlagene vereinfachte Version liefern – ähnlich wie beim Regionalbankportfolio – praktisch identische Ergebnisse.

Der modifizierte IRB-Ansatz führt zu einer besseren, aber immer noch konservativen Näherung des 99.5%-Values at Risks des Portfolios, so wie er von der detaillierten Portfolioanalyse berechnet wurde. Er liefert damit auch für realistische Werte der LGD oberhalb von 50% einen Anreiz, den IRB-Ansatz anstelle des Standardansatzes einzusetzen.

Die Verlängerung des Zeithorizontes zur Risikoberechnung auf mehrere Jahre hat im wesentlichen dieselben Konsequenzen wie für Portfolio A.

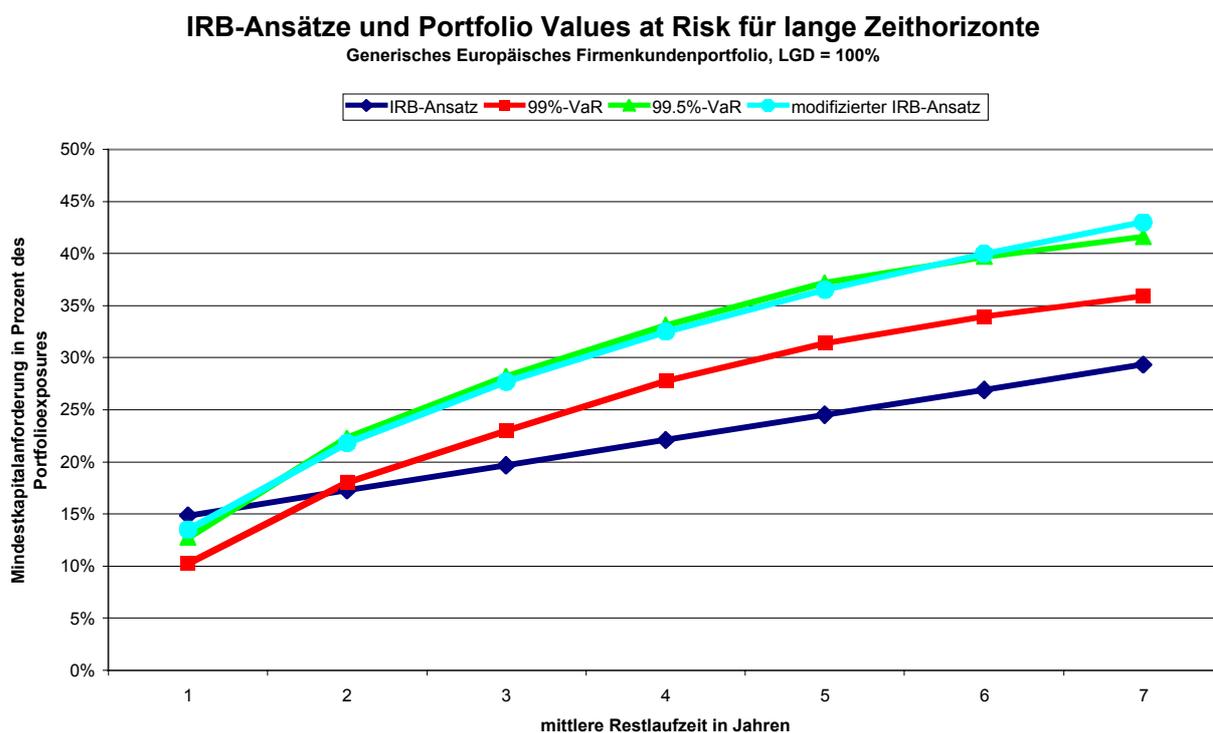


Abbildung 11: Risikoanalyse über lange Zeithorizonte: Generisches europäisches Firmenkundenportfolio

Auch hier zeigt sich die substantielle Erhöhung des Kapitalbedarfs bei langen Laufzeiten, die Unterzeichnung des Risikos durch den IRB-Ansatz und die wesentlich bessere Anpassung des modifizierten IRB-Ansatzes an den 99.5%-Value at Risk, auch wenn der modifizierte IRB-Ansatz das Risiko phasenweise geringfügig unterschätzt. Dies wäre jedoch durch eine Anpassung der Korrelationsannahme leicht zu kompensieren²¹.

²¹ Vergleiche hierzu Teil 2.

Zusammenfassung

Diese exemplarischen Portfolioanalysen können kein formaler oder auch nur ökonomischer Beweis für die Parametrisierung der Risikogewichtsfunktionen sein, da die Analyseergebnisse immer auch von den zufälligen Eigenschaften der betrachteten Portfolien abhängen. Sie zeigen jedoch, dass es möglich ist, die IRB-Ansätze einfacher und schlanker zu gestalten, die Granularitätskorrektur über die Parametrisierung direkt in die Risikogewichtsfunktion einzufügen, und die Aggregationsregel für die Einzelrisiken zu präzisieren.

Damit die modifizierten Risikogewichtsfunktionen und die modifizierte Aggregationsregel auch für einen größeren Kreis von Portfolien eine bessere Abbildung des tatsächlichen Portfoliorisikos bieten, so wie es in unseren Beispielanalysen der Fall war, sind weitere Auswertungen mit echten Bankportfolien notwendig, um eine ausgewogene und repräsentative Parametrisierung zu finden.

Die Verlängerung des Zeithorizontes zur Risikoberechnung von einem Jahr auf die mittlere Restlaufzeit der Geschäfte erhöht die Mindestkapitalanforderungen der Portfolien deutlich, da hier weit in der Zukunft liegende Risiken heute schon mit Kapital gedeckt werden müssen. Die modifizierte Risikogewichtsfunktion führt jedoch auch in diesem Fall mit einfachen Mitteln zu einer sehr guten Anpassung an das tatsächliche, mehrjährige Portfoliorisiko.

Literatur

Basel Committee on Banking Supervision, Konsultationspapier: *Die Neue Basler Eigenkapitalvereinbarung*, Januar 2001

Basel Committee on Banking Supervision, Consultative Document: *The Internal Ratings-Based Approach*, Januar 2001

Christopher Finger, *The One-Factor CreditMetrics Model In The New Basel Capital Accord*, RiskMetrics Journal 2, 2001

Christopher Finger, *Conditional Approaches for CreditMetrics Portfolio Distributions*, CreditMetrics Monitor, 04.1999

Hans Gersbach / Uwe Wehrspohn, *Lean IRB Approaches and Transition Design: The Basel II Proposal*, Response to the Consultative Documents, August 2001

Michael Gordy, *A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules*, Working Paper, 2001

Robert C. Merton, *On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates*, The Journal of Finance, Vol. 29, 1974, S. 449-470

Ludger Overbeck / Gerhard Stahl, *Stochastische Modelle im Risikomanagement des Kreditportfolios*, in: Andreas Oehler, Credit Risk und Value-at-Risk-Alternativen, 1998

Oldrich Vasicek, *The Loan Loss Distribution*, KMV Corporation, 1997