

**Die Quantifizierung des Zinsstrukturrisikos
mit Hilfe des Value at Risk Konzepts**

Melanie Feger - Michael Marek

Neue Folge Nr. 75

ISSN 1438-4620

Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Universität Paderborn
Warburger Str. 100
D - 33098 Paderborn

April 2002

Die Arbeitspapiere im Internet:

<http://econweb.uni-paderborn.de/WiWi/Arbeitspapiere>

Zusammenfassung

Zur Quantifizierung von Marktpreis- und Kreditrisiken werden die unterschiedlichsten Ansätze diskutiert, modifiziert und angewendet. Jedoch gibt es eine Vielzahl von Risiken, deren Quantifizierung bis dato noch nicht abschließend gelungen ist. Zu dieser Risikokategorie gehören auch die Zinsstrukturrisiken. Ziel dieses Arbeitspapiers ist es, einen möglichen Ansatz zur Quantifizierung dieses alle zinsabhängigen Instrumente beeinflussenden Risikos mit Hilfe des Value at Risk Konzepts vorzustellen, zu diskutieren und gegebenenfalls einen Lösungsvorschlag für auftretende Probleme zu unterbreiten.

Abstract

In order to measure market and credit risks different approaches are discussed, modified and applied. But there are still lots of risks, e.g. the risk of changing interest rate structure, whose measurement has not finally been successful. This working paper follows the intention to introduce and discuss a possible approach to measure such kind of risks using the value-at-risk concept. At the end possible solutions of appearing problems are considered.

Inhaltsverzeichnis

1. Problemstellung	4
2. Prozess der Quantifizierung des Zinsstrukturrisikos	5
2.1. Zerlegung der Positionen in einzelne Cash Flows.....	5
2.2. Zuweisung von Spot Rates.....	6
2.2.1. Key Rate Duration	6
2.2.2. Bestimmung der Key Rate Durations	7
2.2.2.1. Festlegung der Key Rates	7
2.2.2.2. Berechnung der Key Rate Durations.....	8
2.2.3. Key Rate Convexities.....	9
2.2.4. Bestimmung des Einflusses der Risikofaktoren auf die Preisentwicklung ...	10
2.3. Entwicklung von Szenarien für die Zinsentwicklung.....	11
2.4. Bestimmung des Value at Risk anhand des Delta-Gamma-Ansatzes	16
3. Kritische Beurteilung des Ansatzes.....	19
4. Value at Risk und Risikomanagement.....	20
Literaturverzeichnis	22

1. Problemstellung

Charakteristisch für die wirtschaftliche Entwicklung der letzten Jahre war eine fortschreitende Internationalisierung, eine zunehmende Verflechtung und eine erhöhte Volatilität der internationalen Finanzmärkte. Damit einher ging eine Zunahme des Handelsvolumen von Finanzderivaten. Dies hat dazu geführt, dass Kreditinstitute im Rahmen ihrer Handelsgeschäfte in zunehmendem Maße unterschiedlichsten Risiken ausgesetzt sind. Der Bedeutung der Steuerung bzw. Absicherung von Risiken in Kreditinstituten tragen nicht zuletzt die zunehmenden aufsichtsrechtlichen Erfordernisse Rechnung.

Doch bevor Risiken gesteuert bzw. abgesichert werden können, müssen sie möglichst genau quantifiziert werden. Während zur Quantifizierung von Marktpreis- und Kreditrisiken mittlerweile die unterschiedlichsten Ansätze diskutiert, modifiziert und angewendet werden, gibt es eine Vielzahl von Risiken, deren Quantifizierung bis dato noch nicht abschließend gelungen ist. Zu dieser Risikokategorie gehören auch die Zinsstrukturrisiken.

Das Zinsstrukturrisiko wird allgemein als das Risiko einer nicht-parallelen Verschiebung der Zinskurve angesehen. Diese Verschiebung kann zu einer negativen Veränderung der Marktwerte von Finanzinstrumenten führen. Das Zinsstrukturrisiko beinhaltet ein Volatilitätsrisiko und ein Zinskurvenänderungsrisiko (z.B. von einer „normalen“ zu einer „inversen“ Zinskurve bzw. -struktur).¹

Ziel dieses Arbeitspapiers ist es, einen möglichen Ansatz zur Quantifizierung dieses alle zinsabhängigen Instrumente beeinflussenden Risikos mit Hilfe des Value at Risk Konzepts vorzustellen, zu diskutieren und gegebenenfalls einen Lösungsvorschlag für auftretende Probleme zu unterbreiten.

Hierbei werden die drei Konzepte „Key Rate Durations“, „Faktoranalyse“ und „Value at Risk“ verwendet. Anhand der Key Rate Durations wird die Preissensitivität eines Finanzinstrumentes bezüglich einer Veränderung eines Zinssatzes einer bestimmten Laufzeit gemessen. Danach sollen unter Verwendung der Faktoranalyse Schwankungen von Zinssätzen beschrieben werden.

¹ Vgl. *Chen, L.* (1996), S. 105.

Mit dem Value at Risk, der hier anhand eines Delta-Gamma-Ansatzes bestimmt wird, kann daran anschließend ein wahrscheinlicher Verlust einer Position oder eines Portefeuilles aufgrund einer Veränderung der Zinsstruktur ermittelt werden.

2. Prozess der Quantifizierung des Zinsstrukturrisikos

Die Quantifizierung des Zinsstrukturrisikos erfolgt in folgenden Teilschritten:

- (i) Zunächst werden die in einem Portefeuille enthaltenen Positionen in ihre einzelnen Cash Flows zerlegt. (2.1.)
- (ii) Diese Cash Flows werden den ihren Fälligkeitszeitpunkten entsprechenden Spot Rates zugewiesen. Hierbei wird der Einfluss der Risikofaktoren auf die Preissensitivität bestimmt. Die Preissensitivität der einzelnen Cash Flows wird anhand der Key Rate Durations und der Key Rate Convexities festgelegt. (2.2.)
- (iii) In einem dritten Schritt werden mit Hilfe der Faktoranalyse Szenarien für die Entwicklung der Key Rates dargestellt. Dabei wird die Volatilität der Zinssätze durch die in der Faktoranalyse ermittelten Faktoren beschrieben. (2.3.)
- (iv) Im vierten und letzten Schritt erfolgt schließlich die Bestimmung des Value at Risk anhand des Delta-Gamma-Ansatzes. (2.4.)

2.1. Zerlegung der Positionen in einzelne Cash Flows

Die Zerlegung der Finanzinstrumente eines Portefeuilles in ihre einzelnen Bestandteile dient dazu, das Zinsstrukturrisiko besser analysieren zu können. Deshalb werden in einem ersten Teilschritt zur Quantifizierung des Zinsstrukturrisikos die in einem Portefeuille enthaltenen Positionen in ihre Einzelbestandteile aufgeteilt (Stripping der Positionen). Das Ziel des Stripping ist hier die Zerlegung von Finanzinstrumenten in ihre einzelnen Cash Flows. Diese Cash Flows stellen im Falle von festverzinslichen Anleihen jeweils Werte synthetischer Zerobonds dar.²

² Vgl. *Eller, R./Deutsch, H.P.* (1998), S. 182. In der Praxis werden festverzinsliche und variabel verzinsliche Anleihen und Swaps gestrippt.

2.2. Zuweisung von Spot Rates

Die durch das Stripping entstandenen einzelnen Cash Flows sind in der Regel zu unterschiedlichen Zeitpunkten fällig. Sie werden derjenigen Key Rate zugeteilt, die für das Fälligkeitsdatum gültig ist. Die Preissensitivität der einzelnen Cash Flows wird anhand der Key Rate Durations und der Key Rate Convexities festgelegt. Nachdem die einzelnen Cash Flows den Key Rates zugewiesen worden sind, wird ihr Marktwert ermittelt, indem sie mit der jeweiligen Key Rate diskontiert werden.

2.2.1. Key Rate Duration

Das Konzept der Key Rate Duration wurde von *Chambers/Carlton* (1988)³ sowie von *Ho* (1992)⁴ entwickelt. Sie versuchten als erste, die nicht-parallele Verschiebung der Zinsstrukturkurve zu quantifizieren, und erkannten, dass sich die einzelnen Zinssätze auf der Zinsstrukturkurve zu bestimmten Zeitpunkten in unterschiedlicher Stärke und gegebenenfalls in verschiedener Richtung entwickeln können. So können Portefeuilles auf Veränderungen der Zinsstruktur in unterschiedlicher Weise reagieren. Ihre Marktwerte ändern sich nicht in gleicher Intensität und nicht unbedingt in gleicher Richtung.⁵

Im Falle einer Veränderung der kurzfristigen Zinssätze bei Konstanz der langfristigen Zinssätze ändern sich die Werte von Portefeuilles, die zu einem großen Teil aus kurzfristigen Anlagen bestehen, stärker als diejenigen Portefeuilles mit mehrheitlich langfristigen Anlagen. Ferner reagieren verschiedene Arten von zinsabhängigen Instrumenten in unterschiedlicher Weise auf Veränderungen der Zinsstruktur. Beispielsweise reagieren Optionen auch auf Veränderungen in der Form der Zinsstruktur, während Zero Bonds nur gegenüber Veränderungen im Bereich des Fälligkeitsdatums empfindlich sind.

Diese Schwächen sollen mit dem Konzept der Key Rate Duration behoben werden, mit dem das Risiko einer sich verändernden Zinsstruktur gemessen werden kann. Mit Hilfe der Key Rate Duration wird die Preissensitivität einer Anleihe aufgrund ihrer Reaktion auf die Veränderung einzelner Key Rates ergründet.

³ *Chambers, D.R./Carlton, W.T.* (1988), S. 163-181.

⁴ *Ho, T.S.Y.* (1992), S. 29-44. Der Begriff „Key Rate Duration“ wurde insbesondere von *Ho* geprägt.

⁵ Vgl. im Weiteren *Ho, T.S.Y.* (1992), S. 29-33.

2.2.2. Bestimmung der Key Rate Durations

Zur Ermittlung der Key Rate Durations werden in einem ersten Schritt die relevanten Key Rates festgelegt und deren Bewegungen bestimmt. Hieraus werden in einem zweiten Schritt die jeweiligen Key Rate Durations berechnet. Mit diesem Konzept können nicht-parallele Zinsstrukturänderungen als Kombination von Veränderungen der einzelnen Key Rates dargestellt werden, da sich die jeweiligen Key Rates in den verschiedenen Segmenten der Zinsstruktur in unterschiedlicher Weise bewegen können.

2.2.2.1. Festlegung der Key Rates

Für die Berechnung der Key Rate Durations müssen zunächst die Key Rates determiniert werden. Key Rates stellen Schlüsselrenditen bzw. -zinssätze dar, durch deren Bewegung die Marktwertsensitivität einer Zinsrisikoposition festgelegt wird. Die Anzahl der Key Rates ist beliebig wählbar, jedoch erscheint es angemessen, die Key Rates entsprechend der Charakteristika der betrachteten Zinsrisikopositionen und unter Berücksichtigung des Steuerungsziels der Analyse festzulegen.⁶ Berechnet man beispielsweise die Key Rate Duration einer Kuponanleihe, so wählt man die Key Rates idealerweise so, dass die Zinssätze mit den Zeitpunkten übereinstimmen, zu denen Kuponzahlungen anfallen. Soll das Zinsrisiko eines Portefeuilles gemessen werden, so sollten die Key Rates möglichst zu den Zeitpunkten festgelegt werden, zu denen die meisten Cash Flows fällig sind. Es sollte außerdem eine größere Anzahl an Key Rates in Laufzeitsegmenten bestimmt werden, in denen das Zinsrisiko vergleichsweise hoch ist.⁷

Die Key Rates werden zu einem Vektor \bar{r} zusammengefasst, der die Preissensitivität einer Anleihe bezüglich der Veränderung einzelner Zinssätze beschreibt:

$$\bar{r} = \begin{pmatrix} r_{t1} \\ \vdots \\ r_{tm} \end{pmatrix}$$

mit:

r_{ti} = Key Rate i zum Zeitpunkt t .

⁶ Vgl. Schierenbeck, H. (1997), S. 74.

⁷ Vgl. Bühler, A. (1999b), S. 342.

Verändern sich alle Key Rates um den gleichen Betrag und in die gleiche Richtung, so entspricht die Veränderung der Zinskurve einer Parallelverschiebung.

2.2.2.2. Berechnung der Key Rate Durations

Key Rate Durations können analytisch bestimmt oder numerisch approximiert werden, wobei eine analytische Bestimmung nur dann möglich ist, wenn das zeitliche Anfallen der Cash Flows einer Zinsrisikoposition mit den Laufzeiten der gewählten Key Rates übereinstimmt.⁸

Im Falle einer analytischen Bestimmung wird die Key Rate Duration analog zur Modified Duration⁹ folgendermaßen berechnet:

$$KRD_i = -\frac{\frac{dP}{dr_{ti}}}{P} = \frac{1}{1+r_{ti}} \frac{t \cdot CF_t}{P}$$

mit:

KRD_i = Key Rate Duration i

r_{ti} = Key Rate i

t = (Rest-)Laufzeit

CF_t = Cash Flow zum Zeitpunkt t.

Stimmen die Zeitpunkte der Cash Flows einer Zinsrisikoposition nicht mit den Laufzeiten der gewählten Key Rates überein, so müssen die Key Rate Durations numerisch berechnet (approximiert) werden. Dies gilt auch für komplexere Wertpapiere wie beispielsweise kündbare Anleihen, Swaptions, Caps oder Floors. In diesem Fall ist die numerische Approximation mit dem Prinzip der Berechnung des Preises einer Aktienoption mit dem Black-Scholes-Modell vergleichbar.¹⁰ Während bei der Berechnung von Aktienoptionen die mutmaßliche Entwicklung der Aktienpreise in der Zukunft modelliert werden, wird im Falle eines zinsabhängigen Wertpapiers die wahrscheinliche Entwicklung des zukünftigen Zinssatzes modelliert.

⁸ Vgl. Schierenbeck, H. (1997), S. 75.

⁹ Zur Modified Duration (nach Hicks) vgl. grundlegend Hicks, J.R. (1939); Steiner, M./Bruns, C. (2000), S. 155-161.

¹⁰ Vgl. Bühler, A. (1999b), S. 344.

Die Key Rate Duration entspricht dann dem negativen Wert der prozentualen Preisveränderung aufgrund einer Veränderung der i-ten Key Rate. Numerisch wird die Key Rate Duration folgendermaßen bestimmt:

$$\text{KRD}_i = \frac{\frac{P_i - P}{P}}{\Delta r_{ti}} = -\frac{\frac{P_i - P}{P}}{s_{ti}}$$

mit:

KRD_i = Key Rate Duration i

P = Preis des Finanzinstruments

P_i = Preis nach Veränderung der i-ten Key Rate.

r_{ti} = i-te Key Rate zum Zeitpunkt t

s_{ti} = Veränderung der i-ten Key Rate zum Zeitpunkt t.

Die einzelnen Key Rate Durations lassen sich zu einem Vektor $\overline{\text{KRD}}$ zusammenfassen:

$$\overline{\text{KRD}} = \begin{pmatrix} \text{KRD}_1 \\ \vdots \\ \text{KRD}_n \end{pmatrix}.$$

2.2.3. Key Rate Convexities

Analog zur Convexity,¹¹ welche die nicht-lineare Beziehung von Preis und Rendite beschreibt, können Key Rate Convexities berechnet werden, um ein exakteres Ergebnis zu ermitteln. Die zusätzliche Berücksichtigung von Key Rate Convexities erscheint dann sinnvoll, wenn einige der betrachteten Wertpapiere eines Portefeuilles nicht-lineare Risiken aufweisen, die nicht durch die lineare Maßzahl Key Rate Duration dargestellt werden können.

Key Rate Convexities stellen die zweite Ableitung des Wertes nach der Key Rate i dar. Sie sind die zweite Ordnung einer Taylor-Reihe. Die Key Rate Convexity wird für eine gleichzeitige Veränderung der Key Rates r_i und r_j folgendermaßen definiert:¹²

¹¹ Zur Convexity vgl. u.a. *Diwald, H.* (1999), S. 35-40; *Steiner, M./Bruns, C.* (2000), S. 161-164.

¹² Vgl. *Ho, T.S.Y./Chen, M.Z.H./Eng, F.H.T.* (1996), S. 92.

$$\text{KRC}_i = \frac{d^2 P}{d r_i d r_j}$$

mit:

KRC_i = Key Rate Convexity i
P = Preis des Finanzinstruments.

Die Key Rate Convexities werden numerisch bestimmt. Während die Key Rate Durations zu einem Vektor zusammengefasst werden, ergeben die Key Rate Convexities eines Finanzinstruments eine nxn-Matrix, da die Preissensitivität bezüglich zweier Key Rates gleichzeitig berücksichtigt wird.¹³ Ihre Berechnung scheint angemessen bei Wertpapieren mit (nicht-linearen) Optionseigenschaften. Das nicht-lineare Risiko von Optionen, das sogenannte Gamma-Risiko, stellt eine Veränderung des Optionsdeltas bezüglich des Preises der zugrunde liegenden Anleihe dar. Im Fall von Optionen ergibt sich das gesamte Risiko aus der Summe von Key Rate Duration und Key Rate Convexity.

2.2.4. Bestimmung des Einflusses der Risikofaktoren auf die Preisentwicklung

Die Preissensitivitäten der Cash Flows können nun mit Hilfe der Key Rate Durations und der Key Rate Convexities bestimmt werden.

Dazu wird eine erste mxn-Matrix **KRD**, in welcher die Finanzinstrumente die Zeilen und die Key Rates die Spalten ausfüllen, gebildet:

$$\mathbf{KRD} = \begin{pmatrix} \text{KRD}_{1,t1} & \cdots & \text{KRD}_{1,tm} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{KRD}_{m,t1} & \cdots & \text{KRD}_{n,tn} \end{pmatrix}$$

mit:

$\text{KRD}_{i,ti}$ = Key Rate Duration i zum Restlaufzeitpunkt t_i .

¹³ Vgl. *McCoy, W.F.* (1995), S. 101 (Endnote).

Eine zweite $m \times n$ -Matrix **KRC** mit gleichen Zeilen- und Spaltendefinitionen enthält die Key Rate Convexities:

$$\mathbf{KRC} = \begin{pmatrix} \text{KRC}_{1,t1} & \cdots & \text{KRC}_{1,t_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{KRC}_{m,t1} & \cdots & \text{KRC}_{m,t_n} \end{pmatrix}$$

mit:

KRC_{i,t_i} = Key Rate Convexity bezüglich der Key Rate i zum Restlaufzeitpunkt t_i .

2.3. Entwicklung von Szenarien für die Zinsentwicklung

Im nächsten Teilschritt müssen Szenarien für die Entwicklung der Zinsstruktur entwickelt werden. Hierzu kann auf die Faktoranalyse zurückgegriffen werden, welche von *Litterman/Scheinkman* (1991) zum ersten Mal im Rahmen der Untersuchung der Zinsstruktur angewandt wurde.¹⁴ Durch die Faktoranalyse können typische Zinsstrukturveränderungen anhand von historischen Daten beschrieben werden. Führt man eine Faktoranalyse anhand von Key Rate Daten durch, so können die extrahierten Faktoren die Veränderungen der individuellen Key Rates beschreiben. *Litterman/Scheinkman* extrahieren in ihren Untersuchungen die drei Faktoren „level“, „steepness“ und „curvature“, durch welche die Schwankungen der Zinssätze fast vollständig erklärt werden können.¹⁵

Die Durchführung der Faktoranalyse erfolgt in fünf Teilschritten. Zunächst werden möglichst homogene Variablen ausgewählt und deren Korrelationen zueinander ermittelt. Diese werden in einer Korrelationsmatrix zusammengestellt.

¹⁴ Vgl. *Litterman, R./Scheinkman, J.* (1991), S. 54-61.

¹⁵ Es hat sich herausgestellt, dass die drei wesentlichen, voneinander unabhängigen Faktoren „level“ (Beschreibung der Niveauänderung der Zinsstrukturkurve; Parallelverschiebung der Zinsstrukturkurve), „steepness“ (Beschreibung der Steigungsveränderung der Zinsstrukturkurve; Drehung der Zinsstrukturkurve) und „curvature“ (Beschreibung der Krümmungsveränderung der Zinsstrukturkurve) die Veränderungen der betrachteten Zinssätze fast vollständig beschreiben können. Der Faktor „level“ beschreibt die Niveauveränderung der Zinskurve und entspricht in den Untersuchungen von *Litterman/Scheinkman* im Wesentlichen einer Parallelverschiebung der Zinskurve. Da die Faktoren voneinander unabhängig sind, beschreiben sie additiv die Veränderung der Zinsstruktur. Die Gültigkeit dieser Faktoren konnte in zahlreichen empirischen Untersuchungen internationaler Finanzmärkte bestätigt werden. Vgl. u.a. *Dahl, H.* (1993); *Bühler, A./Zimmermann, H.* (1994); *Knez, P.J./Litterman, R./Scheinkman, J.* (1994); *Barber, J.R./Copper, M.L.* (1996); *Falkenstein, E./Hanweck, J.* (1997); *Golub, B.W./Tilman, L.M.* (1997); *Freisleben, B./Ripper, K.* (1998).

Es wird vermutet, dass für die Korrelation von zwei Variablen eine hinter diesen beiden Variablen stehende Größe - ein Faktor - steht, welche die Ursache für die Entstehung der Korrelation darstellt, jedoch nicht direkt beobachtbar ist. Danach erfolgt die Extraktion der Faktoren aus den Variablen. Dabei wird von der Grundannahme ausgegangen, dass sich jeder Beobachtungswert einer Ausgangsvariablen als Linearkombination von mehreren unabhängigen Faktoren beschreiben lässt. Die einzelnen Faktoren werden mit den Faktorladungen, die den Zusammenhang zwischen dem Faktor und einer Ausgangsvariablen angeben, multipliziert.¹⁶ Unter den Prämissen „Linearverknüpfung“ und „Unabhängigkeit“ der Faktoren gilt, dass die Korrelationsmatrix durch die Faktorladungen reproduziert werden kann (Fundamentaltheorem). Im nächsten Schritt werden mit Hilfe eines Hauptkomponentenverfahrens Kommunalitäten festgelegt.¹⁷ Dazu wird das Fundamentaltheorem um einen Störfaktor ergänzt, welche für den nicht durch die Faktoren erklärten Varianzanteil steht. Daraufhin wird die Anzahl der Faktoren anhand statistischer Kriterien bestimmt. In einem nächsten Schritt werden die Faktoren interpretiert. Als Interpretationshilfe dienen die vormals ermittelten Faktorladungen. Aufgrund der benutzten Hauptkomponentenanalyse erfolgt in diesem Schritt keine kausale Interpretation der Faktoren. Es sollen lediglich die Faktoren gefunden werden, welche die Varianz einer Variablen möglichst umfassend beschreiben. In einem letzten Schritt werden schließlich die Faktorwerte, die die Ausprägung der Faktoren bezüglich der Objekte darstellen, bestimmt.¹⁸

Zur Ermittlung der Faktoren *level*, *steepness* und *curvature* wird eine Normalverteilung der Risikofaktoren, in diesem Fall eine Normalverteilung der Key Rates angenommen.¹⁹ Die Faktoren werden aus der Kovarianzmatrix extrahiert.

Die Veränderung einer Key Rate r_{ti} um s_{ti} kann additiv durch die Faktoren beschrieben werden:²⁰

¹⁶ Die Faktorladung ist der Korrelationskoeffizient zwischen Faktor und Variable. Sie gibt das Gewicht an, mit welchem ein Faktor die Varianz einer Variablen erklären kann.

¹⁷ Ziel der Hauptkomponentenanalyse ist es, die Datenstruktur durch möglichst wenige Faktoren zu reproduzieren.

¹⁸ Vgl. zur Faktoranalyse stellvertretend für viele *Backhaus, K. et al.* (1996), S. 190-254.

¹⁹ Vgl. *Golub, B./Tilman, L.M.* (2000), S. 89.

²⁰ In Anlehnung an *Bode, H.J.* (1998), S. 206-207.

$$s_{ii} = f_{li} F_l + f_{si} F_s + f_{ci} F_c = \sum f_{ui} F_u$$

mit:

F_u = Faktor u

F_l = level Faktor

F_s = steepness Faktor

F_c = curvature Faktor

f_{ui} = Faktorladung (Einfluss des Faktors u auf die Key Rate i bzw. Erklärungsanteil des Faktors u an der Variabilität der Key Rate i).

Umgekehrt stellen die extrahierten Hauptkomponenten eine Linearkombination der Veränderungen der ursprünglichen Key Rates dar:²¹

$$F_u = \sum_{j=1}^n f_{uj} \cdot s_j$$

Die Beschreibung der Änderung aller Key Rates anhand der drei Faktoren erfolgt in einer Matrix. Die Reihen stehen dabei jeweils für einen Faktor, während die Spalten jeweils für die Veränderung einer Key Rate stehen. Es sei \bar{S} der Vektor, welcher die Beziehung der Faktoren und der Key Rate Veränderungen zusammenfasst. Die Matrix lautet dann:

$$\bar{S} = \begin{pmatrix} f_{l1} & \cdots & f_{ln} \\ f_{s1} & \cdots & f_{sn} \\ f_{c1} & \cdots & f_{cn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} F_l \\ F_s \\ F_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{l1} F_l & \cdots & f_{ln} F_l \\ f_{s1} F_s & \cdots & f_{sn} F_s \\ f_{c1} F_c & \cdots & f_{cn} F_c \end{pmatrix} = \mathbf{F} \cdot \bar{F}$$

mit:

\bar{S} = Vektor der Key Rate Veränderungen

\mathbf{F} = Faktorladungsmatrix

\bar{F} = Vektor der Faktoren.

Die Key Rate Duration kann somit durch die drei Faktoren beschrieben werden. Nimmt man den numerischen Ansatz für die Bestimmung der Key Rate Duration, so kann sie folgendermaßen bestimmt werden:

²¹ Vgl. im Weiteren *Golub, B./Tilman, L.M. (2000), S. 95.*

$$\text{KRD}_i = \frac{\frac{P_i - P}{P}}{\Delta r_{ti}} = \frac{\frac{P_i - P}{P}}{s_{ti}} = \frac{\frac{P_i - P}{P}}{\sum f_{ui} F_u}.$$

Verändert sich der Wert eines der Faktoren, so ändert sich die Höhe der Key Rate Duration i und damit die Sensitivität einer Anleihe bezüglich der Key Rate i . Die Preissensitivität einer Anleihe gegenüber eines Faktors bezüglich einer Key Rate kann folgendermaßen dargestellt werden:

$$\frac{\frac{\Delta P}{P}}{\Delta F_u} = \sum_{i=1}^n \text{KRD}_i f_{ui}.$$

In der Matrix-Schreibweise sieht die Darstellung der Hauptkomponenten durch die Veränderungen der Key Rates folgendermaßen aus:

$$\begin{pmatrix} F_l \\ F_s \\ F_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{l1} & \cdots & f_{ln} \\ f_{s1} & \cdots & f_{sn} \\ f_{c1} & \cdots & f_{cn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_n \end{pmatrix} \Leftrightarrow \bar{F} = \mathbf{F} \cdot \bar{s}.$$

Da angenommen wird, dass die Veränderungen der Key Rates normalverteilt sind, und da die Faktoren Linearkombinationen der Key Rate Veränderungen sind, kann bei den Faktorschwankungen ebenfalls von einer Normalverteilung ausgegangen werden.

Die Faktorladungen eines Faktors sind die Eigenvektoren der Kovarianzmatrix der Key Rates und gleichzeitig die Eigenwerte.²² Dies führt zu folgender Gleichung:

$$\Sigma \cdot \begin{pmatrix} f_{u1} \\ \vdots \\ f_{un} \end{pmatrix} = \lambda_u \cdot \begin{pmatrix} f_{u1} \\ \vdots \\ f_{un} \end{pmatrix}$$

mit:

Σ = Kovarianzmatrix

λ_u = Eigenwert des Faktors u

f_{ui} = Faktorladung der Key Rate i des Faktors u .

²² Eigenwerte sind die Summe der quadrierten Faktorladungen eines Faktors über alle Key Rates (vgl. Backhaus, K. et al. (1996), S. 226).

Die Eigenwerte der Faktoren bilden die Diagonalmatrix Λ . Die Eigenwerte stellen die Varianzen der Faktoren dar.²³ Der Ausdruck $\sqrt{\lambda_u}$ steht für die Standardabweichung des Faktors u . Auf diese Eigenschaften soll nun zurückgegriffen werden, um Szenarien für die Veränderungen der Key Rates zu erstellen.

Die Veränderung der Spot Rates kann durch die Faktoren und die jeweiligen Faktorladungen beschrieben werden:

$$s_{it} = \sum f_{ui} F_u .$$

Zur späteren Berechnung des Value at Risk werden die Kovarianzen der einzelnen Key Rates benötigt. Die Kovarianz kann anhand der Faktoren folgendermaßen beschrieben werden:²⁴

$$\sigma_{ij} = \sigma^2 \left(\sum f_{iu} F_u, \sum f_{jv} F_v \right) = \sum_{u=1}^n \sum_{v=1}^n f_{iu} f_{jv} \sigma_{uv}$$

mit:

σ_{ij} = Kovarianz der Key Rates i und j

σ_{uv} = Kovarianz der Faktoren u und v .

Die Kovarianz der Faktoren u und v ist wiederum:

$$\sigma_{uv} = \begin{cases} \lambda_u & , \text{für } u = v \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} .$$

Da die Faktoren laut Definition unkorreliert sind, ergeben sich lediglich die Kovarianzen der einzelnen Faktoren mit sich selbst, welche wiederum der Varianz entsprechen. Somit kann die Kovarianz zweier Key Rates folgendermaßen berechnet werden:

$$\sigma_{ij} = \sum f_{ui} f_{uj} \lambda_u .$$

Auf diese Weise können die Veränderungen der Key Rates und die jeweiligen Kovarianzen durch die Faktoren beschrieben werden.

²³ Vgl. *Golub, B./Tilman, L.M. (2000)*, S. 99.

²⁴ Vgl. im Folgenden *Golub, B./Tilman, L.M. (2000)*, S. 148.

Die Faktordurations lassen sich schließlich durch die Key Rate Durations wie folgt beschreiben:²⁵

$$D_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} D_l \\ D_s \\ D_c \end{pmatrix} = \left(\overline{\text{KRD}}^T F \right)^T$$

mit:

D_l = level Duration

D_s = steepness Duration

D_c = curvature Duration

$\overline{\text{KRD}}^T$ = transponierter Key Rate Duration Vektor

F = Faktorladungsmatrix der Faktorladungen f_{ui} .

Voraussetzung für die Gültigkeit der Faktordurations ist, dass die in der Faktoranalyse verwendeten Zinssätze mit den Key Rates identisch sind. Die level, steepness und curvature Durations sind linear unabhängig. Sie sind als Sensitivität einer Anleihe bezüglich eines Faktors zu interpretieren. Sie entsprechen somit der Preissensitivität einer Anleihe bezüglich eines Faktors.

2.4. Bestimmung des Value at Risk anhand des Delta-Gamma-Ansatzes

Der Value at Risk wird hier anhand des Delta-Gamma-Ansatzes bestimmt, da in diesem Ansatz auch die nicht-linearen Beziehungen, welche charakteristisch für Optionen sind, berücksichtigt werden.²⁶ Dies erweitert das Anwendungsspektrum und führt zudem zu einem genaueren Ergebnis.

Zuerst müssen aus dem vorhandenen historischen Datenmaterial die relevanten Risikofaktoren ermittelt werden.²⁷ Dies geschieht in der Regel durch die Ermittlung der Sensitivität einer betrachteten Risikoposition bezüglich einer Veränderung des Risikofaktors.

²⁵ Vgl. *Freisleben, B./Ripper, K.* (1998), S. 267.

²⁶ Zum Value at Risk vgl. grundlegend *Jorion, P.* (1997); *Bühler, A.* (1999a); *Jendruschewitz, B.* (1999); *Meyer, C.* (1999). Der Value at Risk ist definiert als der maximale, mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit erwartete Verlust einer Einzelposition (Cash Flow) oder eines Portefeuilles gemessen in Geldeinheiten innerhalb eines bestimmten Zeitraumes.

²⁷ Es sei darauf hingewiesen, dass der Begriff Risikofaktor nicht gleichzusetzen ist mit den Faktoren der Hauptkomponentenanalyse, welche im Rahmen der Faktoranalyse angesprochen wurden. Bei den Risikofaktoren, die im ersten Schritt zu bestimmen sind, handelt es sich um jene Faktoren, welche sich auf das Preisverhalten einer Position oder eines Portefeuilles, wie z.B. die Veränderung der einzelnen Spot Rates, auswirken.

Im nächsten Schritt wird der Einfluss der Risikofaktoren auf die Preisentwicklung untersucht, indem Erwartungswerte und Standardabweichungen für die Risikofaktoren berechnet werden. Aus den Ergebnissen der Schritte zwei und drei werden in einem vierten Schritt Szenarien bezüglich der Entwicklung der Preise der Risikoposition oder des Portefeuilles ermittelt. Für das Aufstellen der Szenarien gibt es zahlreiche Verfahren.²⁸ Abschließend wird der Value at Risk anhand der in den vorherigen Schritten ermittelten Daten für ein bestimmtes Konfidenzniveau berechnet.

Bevor der Value at Risk berechnet werden kann, muss beachtet werden, dass die verwendeten Volatilitäten die Preisvolatilitäten der im Portefeuille enthaltenen Positionen und nicht die Volatilitäten der Risikofaktoren sind. Hier werden jedoch die Volatilitäten der Risikofaktoren untersucht. Folglich müssen die Preisvolatilitäten in die Volatilität der Risikofaktoren transformiert werden.²⁹

$$\sigma_{Pr i} \approx KR D_i r_{ii} \sigma_i$$

mit:

$\sigma_{Pr i}$ = Preisvolatilität des Cash Flows i

σ_i = Standardabweichung der Key Rate i .

Der Delta-Gamma-Ansatz berücksichtigt nicht-lineare Risiken. Die Wertveränderung durch nicht-lineare Risiken kann anhand einer Taylor-Reihe beschrieben werden. Die Taylor-Reihe zweiter Ordnung lautet:³⁰

²⁸ Unterschieden wird im Allgemeinen zwischen analytischen und numerischen Verfahren. Zu den analytischen Verfahren zählen u.a. die Varianz-Kovarianz-Methode, der Delta-Normal-Ansatz und der Delta-Gamma-Ansatz. Zu den numerischen Verfahren gehören u.a. die Monte Carlo-Simulation und die Historische Simulation. Vgl. hierzu beispielhaft RiskMetricsTM (1996); *Jorion, P.* (1997); *Brandt, C./Klein, S.P.* (1998). Die Entscheidung für ein bestimmtes Verfahren liegt letztendlich in den Charakteristika der zu untersuchenden Positionen und in den individuellen Präferenzen sowie informationstechnischen und finanziellen Möglichkeiten der einzelnen Risikomanager.

²⁹ Vgl. *Dowd, K.* (1998), S. 67. Es ist zu beachten, dass in den Ausführungen von Dowd mit der Modified Duration gearbeitet wird, während hier Key Rate Durationen angewandt werden. Die Volatilitäten lassen sich jedoch auf die gleiche Weise wie bei der Modified Duration übertragen. Es werden lediglich die Volatilitäten der einzelnen Cash Flows berücksichtigt, während bei der Modified Duration die Volatilität des gesamten Finanzinstruments approximiert wird.

³⁰ In Anlehnung an RiskMetricsTM (1996), S. 125. Es ist möglich, weitere Risiken wie das Vega einer Option in die Rechnung mit einzubeziehen. So gibt es den Delta-Gamma-Vega-Ansatz. Die Taylor-Reihe kann beliebig erweitert werden, um weiteren Risiken Rechnung zu tragen (vgl. *Jorion, P.* (1997), S. 192). Dies soll hier nicht weiter berücksichtigt werden, da Risiken in der Regel durch Delta und Gamma genügend genau gemessen werden können (vgl. *Ho, T.S.Y./Chen, M.Z.H./Eng, F.H.T.* (1996), S. 96).

$$dV = \delta dP + \frac{1}{2} \gamma (dP)^2$$

mit:

P = Preis des zugrunde liegenden Wertpapiers

δ = Delta der Position

γ = Gamma der Position.

Der Value at Risk eines Finanzinstruments mit dem Delta-Gamma-Ansatz kann damit durch

$$\text{VAR} = \left| -\delta(\alpha\sigma) + \frac{1}{2} \gamma (\alpha\sigma)^2 \right|$$

ermittelt werden.

mit:

α = Konfidenzniveau

Das δ wird hier durch die Key Rate Durations ersetzt. Die Key Rate Convexities ersetzen das γ . Die Standardabweichung σ bildet nun die Kovarianzmatrix, wobei die jeweiligen Kovarianzen durch die Faktoren und deren Faktorladungen und den zugehörigen Volatilitäten ersetzt werden:

$$\delta \Rightarrow \mathbf{KRD}$$

$$\gamma \Rightarrow \mathbf{KRC}$$

$$\sigma \Rightarrow \sqrt{\bar{\mathbf{w}} \Sigma \bar{\mathbf{w}}^T}$$

Der Vektor $\bar{\mathbf{w}}$ besteht aus der Menge w_i , wobei w_i hier der Anteil eines Cash Flow am Gesamtportefeuille bewertet in Marktpreisen zum Zeitpunkt t_0 ist.

Der Value at Risk kann daraufhin wie folgt ermittelt werden:

$$\text{VAR} = \left| -\mathbf{KRD} \cdot \bar{\mathbf{r}}(\alpha \sqrt{\bar{\mathbf{w}} \Sigma \bar{\mathbf{w}}^T}) + \frac{1}{2} \mathbf{KRC} \cdot \bar{\mathbf{r}}(\alpha \sqrt{\bar{\mathbf{w}} \Sigma \bar{\mathbf{w}}^T})^2 \right|.$$

Die obige Formel stellt den relativen Value at Risk für eine Halteperiode von einem Tag dar. Man erhält den absoluten Value at Risk, indem man die Formel mit dem Marktpreis P des Portefeuilles zum Zeitpunkt t_0 multipliziert:

$$\text{VAR} = \left| -\mathbf{KRD} \bar{\mathbf{r}}(\alpha \sqrt{\bar{\mathbf{w}} \Sigma \bar{\mathbf{w}}^T}) + \frac{1}{2} \mathbf{KRC} \bar{\mathbf{r}}(\alpha \sqrt{\bar{\mathbf{w}} \Sigma \bar{\mathbf{w}}^T})^2 \right| \cdot P.$$

Es ist weiterhin möglich, den relativen Value at Risk für eine längere Halteperiode zu berechnen. In diesem Fall wird die Formel mit \sqrt{t} multipliziert, wobei t die Halteperiode gemessen in Tagen ist:

$$\text{VAR} = \left| -\mathbf{KRD}\bar{r}(\alpha\sqrt{\mathbf{w}\Sigma\mathbf{w}^T}) + \frac{1}{2}\mathbf{KRC}\bar{r}(\alpha\sqrt{\mathbf{w}\Sigma\mathbf{w}^T})^2 \right| \cdot \sqrt{t}.$$

3. Kritische Beurteilung des Ansatzes

Mit dem vorgestellten Delta-Gamma-Ansatz ist es möglich, das Zinsstrukturrisiko genauer zu quantifizieren als dies mit traditionellen Ansätzen, die auf der Macaulay-Duration basieren,³¹ möglich ist. Durch die Berücksichtigung der individuellen Key Rates ist eine exaktere Quantifizierung möglich. Weiterhin werden die Schwankungen der Zinssätze durch die Faktoren in guter Näherung beschrieben. Dabei wird nicht nur eine Parallelverschiebung der Zinsstruktur, sondern auch die Veränderung der Steigung und der Krümmung der Zinsstruktur beachtet.

Der Rechenaufwand ist dabei größer als bei den traditionell durations-basierten Ansätzen. Gleichzeitig ist er jedoch wesentlich weniger aufwendig als eine Monte Carlo Simulation,³² welche ab einer gewissen Anzahl von Positionen in einem Portefeuille mit heutigen Computerkapazitäten kaum noch durchgeführt werden kann. Dadurch dass sowohl lineare als auch nicht-lineare Risiken in die Berechnung miteinbezogen werden, kann man davon ausgehen, dass der Value at Risk eine genaue Aussage über das Zinsstrukturrisiko geben kann.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Berechnung des γ nur bei Instrumenten mit Optionseigenschaften notwendig ist. Bei anderen Instrumenten kann dies vernachlässigt werden, da die Preissensitivität durch die Key Rate Durations genügend genau bestimmt werden kann. Besteht ein Portefeuille hauptsächlich aus solchen Instrumenten, so kann die Berechnung des γ unterlassen werden.

³¹ Zur Duration (nach *Macaulay*) vgl. *Macaulay, F.R.* (1938); *Bierwag, G.O.* (1987); *Diwald, H.* (1999).

³² Vgl. hierzu stellvertretend *Deutsch, H.P.* (1998).

4. Value at Risk und Risikomanagement

In diesem Arbeitspapier wurde ein Modell zur Messung und Quantifizierung des Zinsstrukturrisikos vorgestellt. Es stellt sich abschließend die Frage, wie dieses Konzept im Rahmen des Risikomanagements genutzt werden kann.

Die hier berechnete Maßzahl *Value at Risk* gibt einen Anhaltspunkt über das Ausmaß des Zinsstrukturrisikos, dem ein Portefeuille von zinsabhängigen Finanzinstrumenten ausgesetzt ist. Durch den Value at Risk wird der mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit maximal zu erreichende Verlust in Geldeinheiten ausgedrückt. Er kann als potenzieller Risikobetrag und somit als Maß für die Ausstattung mit Eigenmitteln, die notwendig ist, um im Falle des Eintritts eines solchen Verlusts die Zahlungsfähigkeit zu bewahren, interpretiert werden.

Mit Hilfe dieses Konzeptes können zudem Hedge-Ratios ermittelt werden, anhand derer ein Portefeuille gegen nachteilige Veränderungen der Spot Rates geschützt werden kann. Zum einen ist es möglich, die Key Rate Durations zu verkürzen, was eine Reduzierung der Preissensitivität des Portefeuilles bezüglich einer Veränderung der Zinssätze zur Folge hat (Hedging). Zum anderen kann ein Portefeuille so ausgerichtet werden, dass es besonders sensitiv bezüglich eines Faktors ist, um dann entsprechende Hedge-Instrumente wie Futures anzuwenden, die das Portefeuille gegen eine Veränderung dieses Faktors schützen.

Da eine aktive Risikosteuerung aufgrund hoher Transaktionskosten teuer werden kann, sollten dabei auf die Nutzung möglichst kostengünstiger Finanzinstrumente geachtet werden. Zudem sollten die aus verschiedenen Instrumenten gebildeten Hedgepositionen möglichst stabil in verschiedenen Marktsituationen und über bestimmte Zeiträume sein.

Zum anderen können Hedge-Möglichkeiten von Investitionsrichtlinien eingeschränkt werden. Es kann vorkommen, dass einige Portefeuilles eine bestimmte Finanzinstrumentenklasse nicht enthalten dürfen.³³ So kann es sein, dass durch die Einschränkungen ein alleiniger Hedge nach Key Rate Durations nicht möglich ist.

³³ Vgl. Golub, B./Tilman, L.M. (2000), S. 256.

Eine weitere Einschränkung sind Marktrestriktionen. Wenn ein optimaler Hedge ermittelt wird, muss die Marktsituation mit berücksichtigt werden. Es bestehen unter anderem die Möglichkeiten, dass die notwendigen Instrumente auf dem Markt nicht in ausreichendem Maße gehandelt werden können oder nicht liquide genug sind.

Wie ein Portefeuille gegen das Zinsstrukturrisiko geschützt wird, hängt letztlich von der Einstellung und den durchgeführten Maßnahmen des verantwortlichen Risikomanagers ab. Es liegt in seinen Händen, zukünftige Entwicklungen zu antizipieren. Idealerweise sollte ein Risikomanager genaue Vorstellungen darüber haben, wie sich die Zinssätze in absehbarer Zeit bewegen werden. Diese sollten letztlich den Ausgangspunkt für die optimale Steuerung des Portefeuilles bilden.

Literaturverzeichnis

- Backhaus, K. et al.* (1996): Multivariate Analysemethoden, 8. Auflage, Berlin.
- Barber, J.R./Copper, M.L.* (1996): Immunization Using Principal Components Analysis, in: *The Journal of Portfolio Management*, Fall, S. 99-105.
- Bierwag, G.O.* (1987): Duration Analysis, Managing Interest Rate Risk, Cambridge.
- Bode, H.J.* (1998): Reshaping Risk: Risiken aus einer Veränderung der Zinsstruktur quantifizieren und hedgen, in: *Eller, R.* (Hrsg.): Handbuch des Risikomanagements, Analyse, Quantifizierung und Steuerung von Marktrisiken in Banken und Sparkassen, Stuttgart, S. 189-210.
- Brandt, C./Klein, S.P.* (1998): Value-at-Risk, Orientierungshilfen für die Wahl eines internen Modells, in: *Finanzmarkt und Portfolio-Management*, Heft 3, S. 304-316.
- Bühler, A.* (1999a): Risikomessung mit Value at Risk-Methoden, in: *Gehrig, B., Zimmermann, H.* (Hrsg.): Fit for Finance, Theorie und Praxis der Kapitalanlage, Frankfurt am Main, S. 265-288.
- Bühler, A.* (1999b): Management komplexer Zinsänderungsrisiken, in: *Gehrig, B., Zimmermann, H.* (Hrsg.): Fit for Finance, Theorie und Praxis der Kapitalanlage, Frankfurt am Main, S. 335-355.
- Bühler, A./Zimmermann, H.* (1994): Factors Affecting the Term Structure of Interest Rates, Working Paper, Schweizerisches Institut für Banken und Finanzen der Hochschule St. Gallen, St. Gallen.
- Chambers, D. R./Carlton, W.T.* (1988): A Generalized Approach to Duration, in: *Research in Finance*, No. 7, S. 163-181.
- Chen, L.* (1996): Interest Rate Dynamics, Derivative Pricing and Risk Management, Heidelberg.
- Dahl, H.* (1993): A Flexible Approach to Interest-Rate Risk Management, in: *Zenios, S.A.* (Hrsg.): Financial Optimization, Cambridge, S. 189-209.
- Deutsch, H.P.* (1998): Monte-Carlo Simulationen in der Finanzwelt, in: *Eller, R.* (Hrsg.): Handbuch des Risikomanagements, Analyse, Quantifizierung und Steuerung von Marktrisiken in Banken und Sparkassen, Stuttgart, S. 259-313.
- Diwald, H.* (1999): Zinsfutures und Zinsoptionen, Erfolgreicher Einsatz an internationalen Terminmärkten, 2., völlig überarbeitete und erweiterte Auflage, München/Basel.
- Dowd, K.* (1998): Beyond Value at Risk, The new science of risk management, Chichester.
- Eller, R./Deutsch, H.P.* (1998): Derivate und interne Modelle, Modernes Risikomanagement, Stuttgart.
- Falkenstein, E./Hanweck, J.* (1997): Minimizing Basis Risk from Non-Parallel Shifts in the Yield Curve, Part II: Principal Components, in: *The Journal of Fixed Income*, June, S. 85-90.
- Freisleben, B./Ripper, K.* (1998): Statistische Analyse des Zinsprozeßrisikos von Anleihen und zinsderivaten Wertpapieren, in: *Kredit und Kapital*, Heft 2, S. 245-272.
- Golub, B./Tilman, L.* (1997): Measuring Yield Curve Risk Using Principal Components

- Analysis, Value at Risk and Key Rate Durations, in: The Journal of Portfolio Management, Summer, S. 72-84.
- Golub, B./Tilman, L.* (2000): Risk Management, Approaches for Fixed Income Markets, New York.
- Hicks, J.R.* (1939): Value and Capital, An Inquiry into some fundamental Principles of economic Theory, Oxford.
- Ho, T.S.Y.* (1992): Key Rate Durations, Measures of Interest Rate Risks, in: The Journal of Fixed Income, September, S. 29-44.
- Ho, T.S.Y./Chen, M.Z.H./Eng, F.H.T.* (1996): VAR Analytics: Portfolio Structure, Key Rate Convexities and VAR Betas, in: The Journal of Portfolio Management, Fall, S. 89-98.
- Jendruschewitz, B.* (1999): Value at Risk: ein Ansatz zum Management von Marktrisiken in Banken, 2., überarbeitete Auflage, Frankfurt am Main.
- Jorion, P.* (1997): Value at Risk, The New Benchmark for Controlling Market Risk, New York.
- Knez, P./Litterman, R./Scheinkman, J.* (1994): Explorations Into Factors Explaining Money Market Returns, in: The Journal of Finance, No. 5, S. 1861-1882.
- Litterman, R./Scheinkman, J.* (1991): Common Factors Affecting Bond Returns, in: The Journal of Fixed Income, June, S. 54-61.
- Macaulay, F.R.* (1938): Some Theoretical Problem Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United States since 1856, National Bureau of Economic Research, New York, S. 44-53.
- McCoy, W.F.* (1995): Bond Dynamic Hedging and Return Attribution, Empirical Evidence, in: The Journal of Portfolio Management, Heft 2, S. 93-101.
- Meyer, C.* (1999): Value at Risk für Kreditinstitute, Erfassung des aggregierten Marktrisikopotentials, Wiesbaden.
- RiskMetrics™ (1996): Technical Document, 4th edition, New York.
- Schierenbeck, H.* (1997): Ertragsorientiertes Bankmanagement, Band 2: Risiko-Controlling und Bilanzstruktur-Management, 5., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage, Wiesbaden.
- Steiner, M./Bruns, C.* (2000): Wertpapiermanagement, 7., überarbeitete und erweiterte Auflage, Stuttgart.

Verzeichnis der Neuen Folge der Arbeitspapiere des Fachbereichs Wirtschaftswissenschaften

1. Wolfgang Brandes, Ökonomische Analyse der arbeitsrechtlichen Interpretation von Heimarbeit, Paderborn, Juli 1985
2. Otto Loistl, Zur Berechnung des Nutzenerwartungswertes, Paderborn, Mai 1986
3. Henning Bruns, Peter Liepmann, Struktur und Entwicklung interregionaler Wanderungen – Stadt und Mittelbereich Paderborn 1975 bis 1984, Paderborn, Juni 1986
4. Otto Loistl, Computergestütztes Wertpapiermanagement unter dem Gesichtspunkt der Ertragsgestaltung im Bankbereich, Paderborn, September 1986
5. Ulrich Kazmierski, Theorienpluralismus - eine „Reform des Empirismus“? - Eine immanente Kritik des Kritischen Rationalismus, Paderborn, Oktober 1986
6. Horst Brezinski, Paul Petrescu, The Second Economy in Romania A Dynamic Sector, Paderborn, Dezember 1986
7. Horst Brezinski, The Second Economy in the GDR - Pragmatism is Gaining Ground, Paderborn, Februar 1987
8. Karl-Heinz Schmidt, Vorläufer und Anfänge von Schumpeters Theorie der wirtschaftlichen Entwicklung, Paderborn, März 1987
9. Otto Loistl, Zur Verknüpfung von Zahlungsfähigkeit und Überschuldung in der Kapitalstrukturdiskussion, Paderborn, August 1987
10. Karl-Heinz Schmidt, Dogmengeschichte der Wirtschaftswissenschaften als Ausdruck von Wettbewerb und Konzentration, Paderborn, August 1987
11. Hermann Fink, Socio-cultural Implications of some Lexical Interchanges Between German and American English, Paderborn, Juli 1988
12. Winfried Reiß, Die Vermittlung der mikroökonomischen Theorie - Ein neues Konzept -, Paderborn, Juni 1988
13. Horst Brezinski, Cuba's Economics Ties with the Soviet Union and the CMEA in the Mid-Eighties, Paderborn, August 1988
14. Horst Brezinski, Gorbachev's Reform of the Soviet Economy, Paderborn, September 1988
15. Reiner Claußen, Die Bedeutung des privaten Kleingewerbes für den Arbeitsmarkt in der VR China, Paderborn, März 1989
16. Horst Brezinski, Private Agriculture in the GDR - Limitations of Orthodox Socialist Agricultural Policy, Paderborn, Mai 1989

17. Wolfgang Brandes, Karl-Heinz Gaus, Manfred Kraft, Peter Liepmann, Bernd Müller, Eingruppierungsunterschiede von Frauen und Männern beim Staat als Arbeitgeber, Paderborn, Juli 1989
18. Karl-Heinz Schmidt, Organisation und Finanzierung des Strukturwandels der Wirtschaft in Japan und in der Bundesrepublik Deutschland, Paderborn, Oktober 1989
19. Hermann Fink, Business Languages on two Continents, Paderborn, November 1989
20. Günter Vornholz, Die ökologische Zielsetzung und praktische Restriktionen bei der Einführung einer Emissionssteuer, Paderborn, Oktober 1989
21. Peter Liepmann, Technologische Revolution, Sanierungsfusion und regionale Auswirkungen. Ein Beurteilungsrahmen für den Fall Siemens-Nixdorf, Paderborn, Juni 1990
22. Yougou Xian, Der harte Weg. Die Bevölkerungsentwicklung und die Familienplanung in der Volksrepublik China, Paderborn, Juli 1990
23. Winfried Reiß und Gerhard Wagenhals, Volkswirtschaftsinformatik, September 1990
24. Winfried Reiß, Historische Wechselkurse. Random-Walk oder Chaos? Paderborn, Dezember 1990
25. Horst Brezinski, Joint Ventures in Poland. Interests and Experience of Western Firms, Paderborn, Januar 1991
26. Karl-Heinz Schmidt, Innovationen und Umweltflexibilität im Produzierenden Gewerbe, Paderborn, Februar 1991
27. Heinz J. Skala, Concerning the Existence of Probability Measures with given Marginals, Paderborn, April 1991
28. Günter Vornholz, Die Bedeutung der Natur in dem Ansatz der dauerhaften Entwicklung („Sustainable Development“), Paderborn, Mai 1991
29. Hermann Fink, Anglizismen in wirtschaftspolitischen Debatten des Deutschen Bundestages 1980 – 1990. Eine vergleichende empirische Studie zu Verständnis und Gebrauch, Paderborn, Juni 1991
30. Gerhard Wagenhals, Income Tax Reform in Germany: A Welfare Analysis, Paderborn, Juni 1991
31. Winfried Reiß, Einführung in die Gleichgewichtstheorie mit Hilfe des Tabellenkalkulationsprogramms EXCELTM, Paderborn, Juli 1991
32. Horst Brezinski, Implementation and Effects of the German Monetary Union, Paderborn, November 1991

33. Hermann Fink, 500 Jahre Amerika. Zum Amerikabild deutscher Studenten, Paderborn, April 1992
34. Horst Brezinski, Economic Problems and Consequences of German Unification for the Western Part of Germany, Paderborn, September 1992
35. Hans-Georg Napp, Gemeindefinanzreform – Dauerthema ohne Lösungsperspektiven? Paderborn, Mai 1993
36. Peter Liepmann, Marktstrukturen, Marktzutrittsbeschränkungen und Marktergebnisse. Eine explorative Datenanalyse für Wirtschaftszweige in der Bundesrepublik Deutschland – 1977 bis 1987, Paderborn, August 1993
37. Wolfgang Brandes und Peter Weise, Arbeitsleistung von Arbeitsgruppen als Prozeß der Selbstorganisation, Paderborn, Dezember 1993
38. Dietmar Scheja, Die Integration von Investitions- und Personalplanung. Thesen zu einem Forschungsprogramm zwischen Planungserfordernis und Planungsgrenzen, Paderborn, März 1994
39. Karl-Heinz Schmidt, New Impulses for Theoretical and Empirical Studies on Decentralized Production, Paderborn, Juli 1994
40. Jörg Krüger, Eine polit-ökonomische Betrachtung der EG-Handelspolitik. Beispiel: Bananen, Paderborn, Juli 1994
41. Wolfgang Brandes und Peter Weise, Motivation, Moral und Arbeitsleistung, Paderborn, November 1994
42. Jörg Krüger, Oliver Sievering, Michael Wüstenbecker, Sozialhilfe – ein Überblick. Rechtliche Grundlagen und empirische Entwicklung, Paderborn, Januar 1995
43. Klaus Kleibohm, Anwendung der Linearen Programmierung auf ein Standortproblem, Paderborn, März 1995
44. Hans-Georg Martensen, Intergovernmental Fiscal Relations: Conceptual Issues and Outlines of the System in the Federal Republic of Germany, Paderborn, Mai 1995
45. Michael Wüstenbecker, Welfare Stigma, Paderborn, März 1996
46. Sabine Baumann, Helga Schiwiek, Kreislauforientierte Modellierung Produktinduzierter Stoff- und Energieströme – Entwurf eines Grundmodells auf Basis einer Analyse der Literatur zu ökologisch erweiterten Produktlebenszykluskonzepten, Paderborn, Juli 1996
47. Peter Liepmann, Jochen Ullrich, Sektoraler Strukturwandel im Bezirk der Industrie- und Handelskammer Ostwestfalen zu Bielefeld – Tertiärisierungstendenzen der Beschäftigung, Paderborn, April 1997

48. Karl-Heinz Schmidt, Oliver Sievering, Michael Wüstenbecker, Das Duale System der Berufsausbildung – ein „Exportschlager“ in der Krise?, Paderborn, Mai 1997
49. Stefan Betz, Die Zielkostenrechnung als Controllinginstrument, Paderborn, August 1997
50. Peter Liepmann, Jochen Ullrich, Transferinstitute als Intermediäre zwischen Invention und Innovation – Analyserahmen und erste Ergebnisse einer Fallstudie, Paderborn, Januar 1998
51. Wolfgang Brandes und Manfred Kraft, Zur ökonomischen Erklärung der Personalpolitik im Rahmen eines evolutorischen Ansatzes, Paderborn, Mai 1998
52. Wolfgang Brandes und Peter Weise, Teams' Performance as a Constellation of Forces: A General Model, Paderborn, Mai 1998
53. Thomas Werner und Thomas Padberg, Rückzahlungspotentiale von Sparkassen, Paderborn, August 1998
54. Eyke Hüllermeier, A Possibilistic Formalization of Case-Based Reasoning and Decision Making, Paderborn, September 1998
55. Manfred Kraft, Eyke Hüllermeier, Peter Weise, Evaluation and Specification of a Synergetic Business Cycle Model, Paderborn, Oktober 1998
56. Alison Arnold, Kai Bühler, Christoph Holtschulze, Ibrahim Karaagac, Karl-Heinz Schmidt, Technologietransfer und Marktbearbeitung in Ost- und Südostasien, Paderborn, Oktober 1998
57. Wolfgang Brandes und Peter Weise, Unternehmung und Arbeitsbeziehungen, Paderborn, November 1998
58. Dirk Möller, Die Leittextmethode – eine Methode zur Organisation selbständiger Lernprozesse?, Paderborn, April 1999
59. Ulrich Kazmierski und Klaus Schafmeister, Kooperative Umweltpolitik, Paderborn, Mai 1999
60. Helmut M. Dietl, Coordinating Complementary R&D Activities across Industries, Paderborn, Juli 1999
61. Helmut M. Dietl und Markus Pauli, Wirtschaftswissenschaftliche Auswirkungen öffentlich finanzierter Stadionprojekte, Paderborn, August 1999
62. Wenzel Matiaske, Job Satisfaction Revisited – Zur Statik und Dynamik von Arbeitszufriedenheit, Paderborn, August 1999
63. Dieter Krimphove, Aktuelle Rechtsfragen des Börsentermins- und Optionshandels – Anforderungen an Bank und Kunde, Paderborn, Oktober 1999
64. Eyke Hüllermeier, Similarity-based inference as constraint-based reasoning: Learning similarity hypotheses, Paderborn, Oktober 1999

65. B. Michael Gilroy, Tobias Volpert, Zukunftsperspektiven ökonomischer Forschung im Bereich des Internets, Paderborn, November 1999
66. B. Michael Gilroy, Natural Environmental Endowment, Competitiveness and Multinational Enterprises, Paderborn, November 1999
67. Helmut M. Dietl und Markus Pauli, Quo vadis Fußballbundesliga? Möglichkeiten zur Überwindung privater Investitionshemmnisse im Stadionbau, Paderborn, Januar 2000
68. Horst Gersmeyer, Rainer Greshoff, Peter Liepmann, Strukturanalyse der Region von Ostwestfalen-Lippe: Untersuchung der Wettbewerbsfähigkeit und Beschäftigungsperspektiven für den Wirtschaftsstandort, Paderborn, Mai 2000
69. Markus Kurscheid, Strategic Management and Cost-Benefit Analysis of Major Sport Events – The Use of Sensitivity Analyses Shown for the Case of the Soccer World Cup 2006 in Germany, Paderborn, Oktober 2000
70. Karl-Heinz Schmidt, Biographische Beiträge zur Geschichte der Wirtschaftstheorie und Wirtschaftspolitik, Paderborn, Januar 2001
71. Karl-Heinz Schmidt, Actual Problems of Economic Policy in Germany – Lecture Notes from Japan, Paderborn, Mai 2001
72. Eyke Hüllermeier, Experience-Based Decision Making, Paderborn, Juni 2001
73. Michael Marek, Geschichte des Leasing - Abriss einer beeindruckenden Entwicklung, Paderborn, Oktober 2001
74. Bettina Schiller, Dagmar Tytko, Michael Marek, Lexikon Finanzwirtschaft, Paderborn, Februar 2002
75. Melanie Feger, Michael Marek, Die Quantifizierung des Zinsstrukturrisikos mit Hilfe des Value at Risk Konzepts, Paderborn, April 2002