

## Serie: Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten - Teil 5

### Integrative Modelle – Credit Risk Evaluation Model

---

Ein Beitrag von Uwe Wehrspohn

Als Abschluss unserer Serie zur Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten möchten wir als einen vierten ratingbasierten Ansatz<sup>1</sup> das Credit Risk Evaluation Model<sup>2</sup> (CRE Modell) darstellen.

Um die charakteristischen Eigenschaften einzelner Kundengruppen exakt abbilden zu können, hat das CRE Modell eine offene und flexible Architektur, die die Verwendung unterschiedlicher Schätzmethoden für unterschiedliche Kundensegmente erlaubt, insbesondere für Firmen in verschiedenen Branchen und Ländern und für Privatkunden.

Das CRE Modell fasst drei empirische Einflussfaktoren auf die Ausfallwahrscheinlichkeiten von Kunden zusammen: Länderrisiken und mikro- und makroökonomische Einflüsse auf das Ausfallverhalten von Kunden. Wir werden im folgenden die drei Risikoebenen darstellen und konsistente Schätzverfahren für die Modellparameter angeben.

### Länderrisiko

Das Ausfallrisiko der Herkunftsländer der Kunden ist ein wesentlicher Faktor in der Einschätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten und von Portfoliorisiken, denn es hält oft Firmen und Privatkunden gegen ihren eigenen Willen und auch gegen ihre eigenen finanziellen Möglichkeiten davon ab ihren vertraglich vereinbarten Zahlungsverpflichtungen nachzukommen.

Wir definieren den Ausfall eines Landes als vorübergehende Unterbrechung des Zahlungsverkehrs zwischen dem Land und dem Heimatland der Finanzinstitution, die die Analyse durchführt. Störungen des Zahlungsverkehrs können wirtschaftliche oder politische Ursachen haben, wie etwa Devi-

---

<sup>1</sup> Vgl. RiskNEWS 05.2002, pp. 7-18 (Mittelwertmodell), RiskNEWS 09.2002, pp. 69-77 (Credit Risk+) und RiskNEWS 11.2002, pp. 45-64 (Credit Portfolio View).

<sup>2</sup> Das CRE Modell ist ein Warenzeichen des Centers for Risk & Evaluation GmbH & Co. KG, Heidelberg. [www.risk-and-evaluation.com](http://www.risk-and-evaluation.com). Es umfasst nicht nur die Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten, sondern sämtliche Schritte bei der Modellierung, Analyse und Steuerung des Kreditrisikos des einzelnen Kunden und des Bankportfolios. Es wird ausführlich dargestellt in Wehrspohn (2002).

senknappheit der Zentralbank oder Kriege. Zahlreiche solche Krisen wurden seit den 1960'er Jahren in Osteuropa, Asien, Latein- und Mittelamerika und Afrika beobachtet<sup>3</sup>.

Wenn eine Finanzinstitution keine eigenen Länderrisikoanalysen durchführt, können Länderratings und Schätzungen von Ausfallwahrscheinlichkeiten von Ländern von den internationalen Ratingagenturen wie Standard and Poor's, Moody's oder Fitch's bezogen werden.

Normalerweise wird das Länderrisiko in die Kreditrisikomodelle so integriert, dass alle Kunden aus einem gewissen Land mindestens auf das Rating des Landes heruntergestuft werden. Das heißt zum Beispiel, dass eine Firma in Mexiko (BBB bei Standard and Poor's in 2002) kein A-Rating haben kann, auch dann nicht wenn sie innovativ, wettbewerbsstark und finanziell gut gemanaged ist.

Dieses Verfahren hat zwei Nachteile. Es kann zum einen nicht mehr zwischen Kunden unterscheiden, die dasselbe oder ein höheres Rating besitzen als ihr Herkunftsland. Es ist allerdings kaum glaubwürdig, dass AAA-, A- und BBB-Firmen in Mexiko alle dieselben finanziellen Aussichten und dieselbe Kreditwürdigkeit besitzen. Zum anderen macht dieses Verfahren nicht deutlich, dass alle Kunden aus einem Land *gleichzeitig* von einem Krieg oder einer Finanzkrise betroffen sind. Dieses Argument zeigt, dass das Länderrisiko nicht nur im Blick auf die Ausfallwahrscheinlichkeit von Bedeutung ist, sondern dass es auch auf Portfolioebene Abhängigkeiten zwischen Kontrahenten erzeugt und darstellt<sup>4</sup>.

Aus diesem Grund wird der Zustand eines Landes – ob es finanziell intakt oder ausgefallen ist – im CRE Modell als ein Hintergrundfaktor behandelt. Das Rating eines Kunden wird darauf bedingt, dass sein Herkunftsland zahlungsfähig ist. Es kann hier also eine mit A geratete Firma in einem BBB-Land wie Mexiko geben. Wenn auf der anderen Seite ein Land ausfällt, werden automatisch alle Kunden aus diesem Land mit betroffen<sup>5</sup>. Hierdurch kann das Länderrisiko, die Unterschiede in der Kreditqualität der einzelnen Ratings und insbesondere auch die Kettenreaktion, die durch den Ausfall eines Landes ausgelöst wird, erfasst werden.

Das Heimatland der Finanzinstitution, die die Analyse durchführt, ist hier ein Spezialfall. Anders als ausländische Kunden benötigen die Landsleute der Finanzinstitution keine Devisen, um ihre Zahlungsverpflichtungen zu erfüllen. Die Zentralbank des Landes ist hier nicht direkt in die Finanzbeziehung involviert. Selbst wenn die Zentralbank in Devisenknappheit gerät, können diese Kunden ihre Zahlungen leisten. Die Sonderrolle des Heimatlandes der Finanzinstitution resultiert aber auch daraus, dass eine politische Krise wie etwa ein Krieg sie hier direkt mitbetreffen würde. Dies ist eine Sondersituation, die weit über die Bedeutung des Kreditrisikomanagements hinausgeht. Wir nehmen deshalb an, dass das Heimatland der Bank risikofrei ist und nicht ausfallen kann.

Da Länder untereinander eng zusammenhängen können, können diese Überlegungen u.U. auf Gruppen von Ländern ausgeweitet werden, die mit dem Heimatland der Finanzinstitution quasi einen Risikoverbund bilden. Es ist zum Beispiel kaum vorstellbar, dass ein Land der Eurozone isoliert zahlungsunfähig wird. Durch die gemeinsame Währung und die ausgeprägte Verflechtung der Wirtschaften über Ex- und Importe ist es mehr als wahrscheinlich, dass eine Krise sich sofort auf die Partnerländer ausdehnen würde. Für eine entsprechende Bank ist es also durchaus sinnvoll, die Eurozone als ihr „Heimatland“ anzusehen.

---

<sup>3</sup> Zum Beispiel in Argentinien, Costa Rica, Iran, Ghana, Guatemala, Uganda, Indonesien, Nicaragua, Zaire, Jugoslawien, Panama, Rumänien, Uruguay und andere (vgl. UBS (2001), p. 6).

<sup>4</sup> Vgl. hierzu Wehrspohn (2002), pp. 149ff.

<sup>5</sup> Für multinationale Firmen kann dieser Automatismus abgemildert werden (siehe unten).

Eine Kundengruppe, die im Zusammenhang mit dem Länderrisiko besondere Aufmerksamkeit verdient, sind multinationale Konzerne, die zwischen mehreren Ländern gut diversifiziert sind. Wenn eine Firma bedeutende Niederlassungen in anderen Ländern besitzt, ist es möglich, dass sie auch dann ihren internationalen Zahlungsverpflichtungen nachkommen kann, wenn ihre Zentrale vorübergehend vom Zahlungsverkehr abgeschnitten ist. Dieser Effekt wird im CRE Modell durch Randomisierung beschrieben. D.h., wenn ein Land ausfällt, wird die Firma nicht automatisch davon mitbetroffen, sondern lediglich mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit.

Es ist wichtig zu beachten, dass die Betrachtung von Länderrisiken im CRE Modell nicht unbedingt erforderlich ist. Regional orientierte Banken haben oft nur wenig oder gar kein Geschäft mit dem Ausland. In diesem Fall ist es zur Erfassung der Risikosituation vielfach nicht notwendig Länderrisiken zu überwachen.

## Mikroökonomische Einflüsse auf das Ausfallrisiko

Wenn eine Bank die Geschäftsbeziehungen ihrer Kunden und ihre Konkursgründe gut kennt, kann sie mikroökonomische Einflüsse auf das Ausfallrisiko mit in die Analyse einbeziehen.

Neben dem allgemeinen unternehmerischen Risiko tragen Firmen ähnlich wie Finanzinstitutionen selbst ein Ausfallrisiko. Die Zahlungsunfähigkeit eines Geschäftspartners kann ein Unternehmen unmittelbar selbst in eine bestandsgefährdende finanzielle Krise führen. Ein prominentes Beispiel ist der Zusammenbruch des Baukonzerns Schneider 1995. Dutzende kleinerer Baufirmen, die ausschließlich auf den Baustellen der Schneider AG arbeiteten wären mit in die Insolvenz gezogen worden, wenn nicht die Deutsche Bank, einer der Hauptgläubiger der Schneider AG, ihre soziale Verantwortung als eine der führenden Finanzinstitutionen wahrgenommen und diesen Firmen ihre außenstehenden Forderungen bezahlt hätte.

Krisen können sich vor allem aus zwei Gründen von einem Unternehmen auf ein anderes übertragen. Zum einen kann eine Firma in Liquiditätsengpässe geraten, wenn die Zahlung eines substantiellen Teils ihrer kurzfristigen Forderungen nicht mehr in der nahen Zukunft erwartet werden kann, wenn überhaupt. Dies ist auch heute noch ein wesentlicher Konkursgrund in den neuen Bundesländern. Zweitens kann eine Firma einen Teil ihres Absatzmarktes verlieren, wenn ein wichtiger Kunde ausfällt<sup>6</sup>. Dies ist vor allem dann gravierend, wenn der Markt klein ist und wenn die Firma nur wenige Kunden hat. Beide Probleme traten in obigem Beispiel gemeinsam auf. Dieses Argument zeigt aber auch, dass Wirtschaftssubjekte nicht nur über systematische Risikofaktoren voneinander abhängen wie oft gesagt wird<sup>7</sup>.

Mikroökonomische Einflüsse auf das Ausfallrisiko können ein wertvolles Werkzeug sein, um Ausfallwahrscheinlichkeiten zu modellieren, wenn eine regionale Wirtschaftsstruktur von wenigen großen Unternehmen dominiert wird. Industriezweige, in denen dies häufig der Fall ist, sind die traditionellen Branchen wie die Stahl-, die Kohle- und die Autoindustrie. So hängt z.B. Wolfsburg stark von Volkswagen ab, Clermont Ferrand von Michelin, Longbridge von Dover und Leverkusen von Bayer. Ein Kollaps eines dieser Großunternehmen würde in den betroffenen Regionen tausende Arbeitnehmer gleichzeitig arbeitslos machen. Viele der entlassenen Arbeiter hätten Schwierigkeiten kurzfristig neue Arbeitsplätze zu finden, so dass Hypothekenkredite und andere Darlehen unmittelbar in Frage gestellt wären. Darüber hinaus würde die gesamte wirtschaftliche Infrastruktur an kleinen

---

<sup>6</sup> Oder ihrerseits in Lieferschwierigkeiten geraten, wenn ein Schlüssellieferant wegfällt.

<sup>7</sup> Vgl. Wilson (1997a, b), Credit Suisse Financial Products (1996).

und mittelständischen Unternehmen der Region durch die Schrumpfung des Marktes in Mitleidenschaft gezogen.

Beachte, dass eine ähnliche mikroökonomische Beziehung auch eine Verbesserung der Kreditqualität einer Firma bedeuten kann, wenn ein wichtiger Wettbewerber ausfällt. Dieses Phänomen ist jedoch wahrscheinlich von geringerer ökonomischer Bedeutung.

Neben mikroökonomischen Abhängigkeiten, die über den Markt vermittelt werden, treten individuelle Beziehungen zwischen Firmen auch bei direkten Besitz- oder Beherrschungsverhältnissen auf. Bei Firmen, die demselben Eigentümer oder derselben Holding gehören, sind finanzielle Probleme wahrscheinlich, wenn die Holding oder der Eigentümer in Konkurs geht. Da Banken solche Risikoverbünde den Aufsichtsbehörden melden müssen<sup>8</sup>, liegen in den Instituten insbesondere über diesen Fall gut konsolidierte Daten vor.

Schließlich treten manche Kunden in einem Bankportfolio u.U. in verschiedenen Rollen auf. Ein Kunde kann ein Kreditnehmer oder ein Handelspartner sein. In diesem Fall resultiert sein Kreditrisiko direkt aus den Geschäften, die mit ihm gemacht werden. Eine Bank kann aber auch z.B. eine Short Put Option auf die Aktie einer Firma halten. Hier wäre jemand anderes der direkte Kontrahent des Geschäftes und die Firma, auf deren Aktie die Option ausgeschrieben ist, wäre nur indirekt und möglicherweise ohne ihr Wissen involviert. Dennoch erzeugt sie ein substantielles Kreditrisiko für die Bank, denn die Put Option würde stark an Wert gewinnen, wenn die Firma konkurs ginge<sup>9</sup>. Für die Analyse marginaler Risiken, die Preisfindung von Krediten und die Exposurelimitierung macht es einen großen Unterschied, ob ein Kunde das Kreditrisiko bezahlen muss, das aus seinen eigenen Geschäften stammt, oder ob er für das gesamte Kreditrisiko verantwortlich gemacht wird, das von ihm durch direkte oder indirekte finanzielle Interaktionen ausgelöst wird.

Dieses Problem kann leicht gelöst werden, wenn mikroökonomische Beziehungen in das Modell integriert werden. Hier kann der Kunde durch zwei identische Kopien seiner selbst dargestellt werden, die vollständig voneinander abhängen, d.h. die entweder gemeinsam ausfallen oder überleben. Beide Kopien unterscheiden sich lediglich in der ihnen zugeschriebenen Exposurehöhe und in ihrer ‚stand alone‘-Ausfallwahrscheinlichkeit. Das erste Exemplar repräsentiert die Geschäfte, die direkt mit einem Kunden abgeschlossen wurden und hat die Ausfallwahrscheinlichkeit des Kunden, während das andere das indirekt von ihm ausgelöste Kreditrisiko zusammenfasst und eine ‚stand alone‘-Ausfallwahrscheinlichkeit von Null hat, es fällt nur mit seinem Spiegelbild zusammen aus. In allen weiteren Analysen und Risikomanagementmaßnahmen können so beide Risikoquellen exakt auseinandergelassen werden.

---

<sup>8</sup> Vgl. z.B. KWG § 19, 2: „1 Im Sinne der §§ 10, 13 bis 18 gelten als ein Kreditnehmer zwei oder mehr natürliche oder juristische Personen oder Personenhandelsgesellschaften, die insofern eine Einheit bilden, als eine von ihnen unmittelbar oder mittelbar beherrschenden Einfluß auf die andere oder die anderen ausüben kann, oder die ohne Vorliegen eines solchen Beherrschungsverhältnisses als Risikoeinheit anzusehen sind, da die zwischen ihnen bestehenden Abhängigkeiten es wahrscheinlich erscheinen lassen, daß, wenn einer dieser Kreditnehmer in finanzielle Schwierigkeiten gerät, dies auch bei den anderen zu Zahlungsschwierigkeiten führt. 2 Dies ist insbesondere der Fall bei:

- allen Unternehmen, die demselben Konzern angehören oder durch Verträge verbunden sind, die vorsehen, daß ein Unternehmen verpflichtet ist, seinen ganzen Gewinn an ein anderes abzuführen, sowie in Mehrheitsbesitz stehenden Unternehmen und den an ihnen mit Mehrheit beteiligten Unternehmen oder Personen, (...)

- Personenhandelsgesellschaften und jedem persönlich haftenden Gesellschafter sowie Partnerschaften und jedem Partner und

- Personen und Unternehmen, für deren Rechnung Kredit aufgenommen wird, und denjenigen, die diesen Kredit im eigenen Namen aufnehmen. “

<sup>9</sup> Dies zeigt auch, dass nicht nur Forderungen einem Kreditrisiko unterliegen, sondern dass auch die Höhe von Verbindlichkeiten von der Kreditqualität einer Partei beeinflusst werden kann.

Mikroökonomische Beziehungen werden im CRE Modell durch Randomisierung dargestellt. Gegeben den Ausfall einer Kunden fallen seine Geschäftspartner ihrerseits mit gewissen Wahrscheinlichkeiten aus. Die Randomisierungsgewichte können hier frei gewählt werden. Sie können direkt aus der Ausfallerfahrung der Bank geschätzt werden.

Mikroökonomische Beziehungen zwischen Kontrahenten sind typischerweise asymmetrisch. Ein Angestellter hängt normalerweise wesentlich stärker von seinem Arbeitgeber ab als umgekehrt. Der Handwerker wird vom Konkurs des Baukonzerns hart getroffen, während der Baukonzern vom Schicksal der kleinen Handwerksfirmen, die für ihn arbeiten, vermutlich fast vollständig unabhängig ist.

Auch hier sei wieder erwähnt, dass mikroökonomische Einflüsse auf das Ausfallrisiko im Modell nicht betrachtet werden müssen, wenn sie für das Marktsegment der Bank nicht von Bedeutung sind oder wenn die Bank die notwendigen Daten nicht zur Verfügung hat.

## Makroökonomische Einflüsse auf das Ausfallrisiko

Die beiden bisher diskutierten Einflüsse auf Ausfallwahrscheinlichkeiten haben das Rating des Kunden nicht explizit verwendet. Nichtsdestotrotz ist das Rating eine entscheidende Information für die Einschätzung des zukünftigen Ausfallverhaltens eines Kontrahenten. Im folgenden nehmen wir an, dass bekannte Ausfälle, die auf das Länderrisiko oder mikroökonomische Beziehungen zurückzuführen sind, aus der Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten einzelner Ratings herausgelassen werden.

Wie wir bereits in Teil 4<sup>10</sup> unserer Serie herausgestellt haben, hat das makroökonomische Umfeld einen entscheidenden Einfluss auf die Ausfallsituation eines Portfolios. Ein gegebenes makroökonomisches Szenario schlägt jedoch nicht auf alle Industriezweige gleich stark durch und insbesondere nicht auf alle Ratingklassen und alle Kundensegmente. So wurde z.B. der Ausfall einer AAA gerateten Firma noch nie innerhalb eines einjährigen Zeithorizontes beobachtet, noch nicht einmal in der finstersten Wirtschaftskrise. Aus diesem Grund ist es unmöglich systematische Einflüsse auf die Ausfallwahrscheinlichkeiten sehr gut gerateter Unternehmen direkt zu schätzen.

Ein weiteres Beispiel sind nicht-selbständige Privatkunden. Sie werden von makroökonomischen Schocks nur indirekt über ihren Arbeitgeber betroffen. Nur wenn die beschäftigende Firma zusammenbricht oder wenn der betreffende Angestellte entlassen wird, erreicht das wirtschaftliche Umfeld den Privatkunden.

Es sollte also möglich sein, auf die Berücksichtigung makroökonomischer Faktoren bei der Evaluation des Kreditrisikos mancher Kundengruppen zu verzichten. Im CRE Modell kann deshalb die Methode zur Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten für jede Kundengruppe unabhängig gewählt werden. Kundensegmente können von der Bank frei definiert werden. Für sehr gut geratete Firmen, für Branchen, die nur schwach von Konjunkturschwankungen betroffen werden, und für Privatkunden kann z.B. das Mittelwertmodell<sup>11</sup> verwendet werden.

Im folgenden stellen wir ein Makromodell dar, das innerhalb des CRE Modells verwendet werden kann, um die Ausfallwahrscheinlichkeiten von Speculative Grade Firmen zu bewerten. Der Ausdruck ‚Makromodell‘ kann hier irreführend sein, denn anders als manche anderen Ansätze enthält das

---

<sup>10</sup> Vgl. RiskNEWS 11.2002, pp. 45-64.

<sup>11</sup> Vgl. RiskNEWS 05.2002, pp. 7-18.

CRE Modell keine explizite Prognosekomponente für die Entwicklung der makroökonomischen Faktoren. Die Vorhersage von Makrofaktoren ist ein hochgradig nicht-triviales Unterfangen. Jahr für Jahr versuchen hochprofilerte Wirtschaftsforschungsinstitute vergeblich exakte Aussagen über die zukünftige Arbeitslosenquote, das Wachstum des Bruttosozialproduktes und anderer Faktoren zu machen. Jeder Versuch Schätzungen über die zukünftigen Werte makroökonomischer Faktoren in ein Kreditrisikomodell hereinzunehmen wird deshalb zwangsläufig simplizistisch und sogar irreführend sein.

Aus diesem Grund verwendet das CRE Modell nur Werte von Makrofaktoren, die zum Zeitpunkt der Analyse bereits beobachtbar sind, um das Ausfallverhalten der Firmen vorherzusagen. Dieser Ansatz befindet sich in einem Duktus mit den meisten Analysen in der Literatur, die festgestellt haben, dass die konjunkturelle Situation die Ausfallsituation in der betreffenden Volkswirtschaft mit einer gewissen Zeitverzögerung beeinflusst<sup>12</sup>. Die heute zur Verfügung stehenden Makrodaten sind demnach hinreichend, um das Ausfallverhalten der Firmen über einen Zeitraum von ein bis drei Jahren vorherzusagen. Aussagen über längere Zeithorizonte zu machen ist jedoch schwierig. Das CRE Modell verwendet deshalb makroökonomische Faktoren lediglich, um Ausfallwahrscheinlichkeiten über kurze Zeiträume zu schätzen.

Wie bereits angedeutet, hängt die Auswirkung des Konjunkturzyklusses auf die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Firma nicht nur von deren Branchenzugehörigkeit, sondern auch von ihrem Rating ab. Aus diesem Grund fasst das CRE Modell nicht alle Speculative Grade Firmen in einer Branche zu einem Kreditrisikoindikator zusammen wie dies in Wilson (1997a) oder in Kim (1999) geschieht, da die Ableitung ratingspezifischer Ausfallwahrscheinlichkeiten aus dem Indikator nicht möglich ist, ohne gravierende Ungenauigkeiten in die Analyse hineinzutragen<sup>13</sup>.

Ein Ausfall hat weit größere Auswirkungen auf das Kreditrisiko eines Kunden oder eines Portfolios als eine bloße Ratingmigration, die zu einer vergleichsweise kleinen Wertveränderung einer Position führt. Ungenauigkeiten müssen also vor allem bei der Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten vermieden werden. Die Regression von Ausfallraten gegen Makrofaktoren geschieht deshalb für jede Branche und jedes Speculative Grade Rating separat.

Um die systematischen wirtschaftlichen Faktoren mit den Ausfallraten der Firmen in Beziehung zu setzen, schlagen wir folgendes einfache Modell vor. Seien  $Y_i, i = 1, \dots, n$  die beobachteten Ausfallraten in Periode  $i$ . Seien  $X_{1i}, \dots, X_{mi}$  die makroökonomischen Faktoren, die das Ausfallverhalten in Periode  $i$  erklären. Unter Berücksichtigung eines gewissen Time Lags können  $X_{1i}, \dots, X_{mi}$  Beobachtungen sein, die in Periode  $i - 1$  oder früher gemacht wurden. Das Modell wird dann beschrieben durch die Gleichung

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_m X_{mi} + \varepsilon_{Yi}$$

Hierbei ist  $\varepsilon_{Yi}$  ein Fehlerterm mit Erwartung Null und unbekannter, aber konstanter Varianz  $\sigma$ . Wir machen keine Verteilungsannahmen über  $\varepsilon_{Yi}$ .

<sup>12</sup> Vgl. Bär (2000), Lehment et al. (1997).

<sup>13</sup> Vgl. die Diskussion von Wilsons Modell in Teil 4 unserer Serie in RiskNEWS 11.2002, pp. 45-64.

Die Parameter  $\beta_0, \dots, \beta_m$  können mit kleinste-Quadrate-Methoden konsistent geschätzt werden. Dieses Modell ist gleichbedeutend mit dem Mittelwertmodell, wenn die Parameter  $\beta_1, \dots, \beta_m$  identisch Null gesetzt werden.

Es ist eine wichtige Eigenschaft dieses Modells, dass es nicht fordert, dass die Ausfälle der Kunden unabhängig sind bedingt auf einer makroökonomischen Situation<sup>14</sup>. Dies ist konsistent mit der größeren Architektur des CRE Modells, denn es nimmt an, dass die Branchen über die makroökonomischen Einflüsse auf die Ausfallwahrscheinlichkeiten hinaus korreliert sein können<sup>15</sup>.

Aufgrund der direkten linearen Regression könnten die extrapolierten Werte für  $Y_i$  negativ sein oder außerhalb des Einheitsintervalls liegen. In der Praxis ist dies jedoch kein drängendes Problem, da anders als in Credit Portfolio View die Schätzfehler hier nicht simuliert werden. Darüber hinaus kann  $Y_i$  durch die Einführung oberer und unterer Schranken leicht auf sinnvolle Werte beschränkt werden, d.h., wenn der extrapolierte Wert negativ ist oder unterhalb einer bestimmten Grenze, wird die erwartete Ausfallwahrscheinlichkeit auf den minimalen Wert gesetzt, der als annehmbar angesehen wird. Wenn allerdings das gegenwärtige makroökonomische Setting eine extreme Abweichung der geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten von ihrem langfristigen Mittel impliziert, sollte dieses Ergebnis mit Vorsicht behandelt werden, denn es könnte einen Strukturbruch andeuten, so dass u.U. die Auswahl der relevanten Makrofaktoren und die langfristige Gültigkeit alter Parameterschätzungen in Zweifel gezogen werden muss.

Anstelle oberer und unterer Grenzen könnte eine Probit- oder Logit-Regression verwendet werden, um zu gewährleisten, dass die geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten zwischen 0 und 1 liegen. Diese Modelle können durch nicht-lineare Verfahren wie Maximum-Likelihood konsistent geschätzt werden<sup>16</sup>.

## Beispiel

Um einen Eindruck von den quantitativen Eigenschaften des Modells zu vermitteln, geben wir ein Beispiel. Wir nehmen an, die Ausfallwahrscheinlichkeiten hängen von einem makroökonomischen Faktor ab, d.h., wir haben

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_{Yt}$$

Die Parameter wurden gewählt als  $\beta_0 = 0.51\%$  und  $\beta_1 = 0.25\%$ . Für die Schätzfehler wird keine bestimmte Verteilung angenommen. Die historischen Realisationen des Makrofaktors werden durch denselben AR(2)-Prozess beschrieben, der für die Analyse von Credit Portfolio View in Teil 4 der Serie verwendet wurde, d.h. durch

$$X_t = 0.4X_{t-1} + 0.4X_{t-2} + 0.1\varepsilon_{Xt}$$

wobei  $\varepsilon_X$  standardnormalverteilt ist. Beachte, dass der Makroprozess hier nur verwendet wird, um für das Beispiel künstlich eine nachvollziehbare Datengrundlage zu schaffen. Der Makroprozess ist nicht Teil des CRE Modells und wird bei praktischer Anwendung durch historische Beobachtungsrei-

---

<sup>14</sup> Diese Annahme war zentral in Credit Risk+ und Credit Portfolio View. Ohne sie wären in diesen Modellen alle Schätzungen ungültig.

<sup>15</sup> Vgl. Wehrspohn (2002), pp. 111ff.

<sup>16</sup> Vgl. etwa Maddala (1983), pp. 25ff.

hen ersetzt. Wir nehmen darüber hinaus an, die Kunden in einem Segment hätten eine Korrelation von  $\rho$ .<sup>17</sup>  $\rho$  variiert zwischen 0 und 90%. Die Schätzungen wurden mit unterschiedlich vielen Kunden pro Segment und unterschiedlich langen Beobachtungsreihen durchgeführt.

Abbildung 1

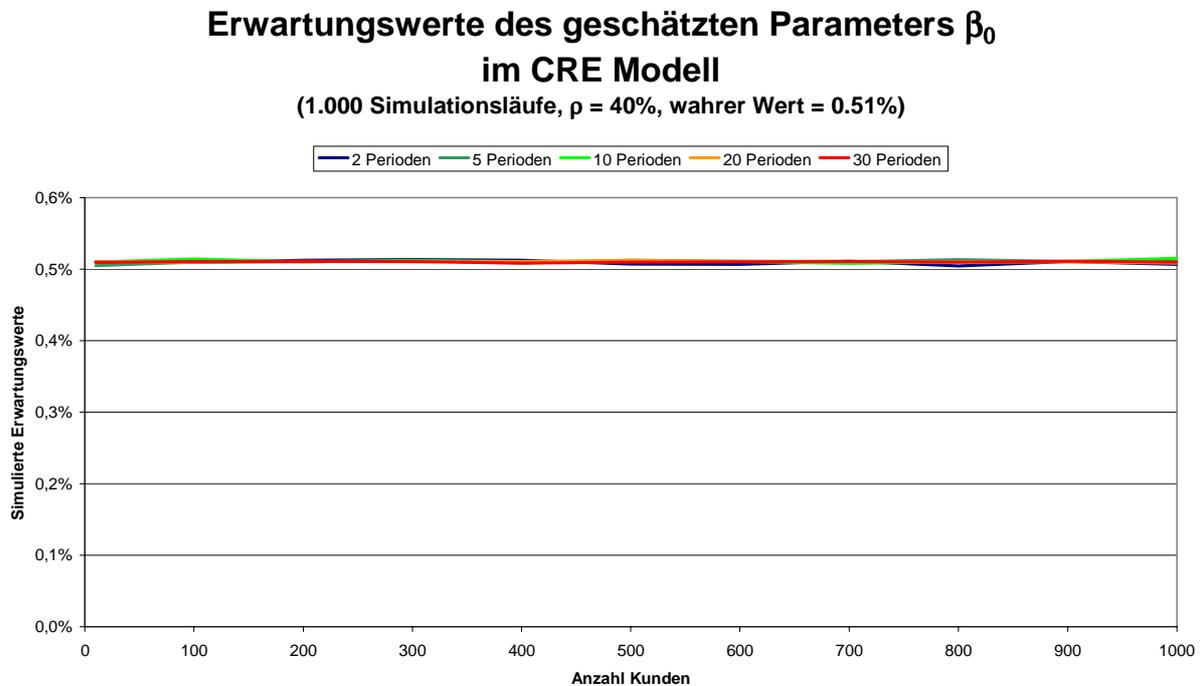
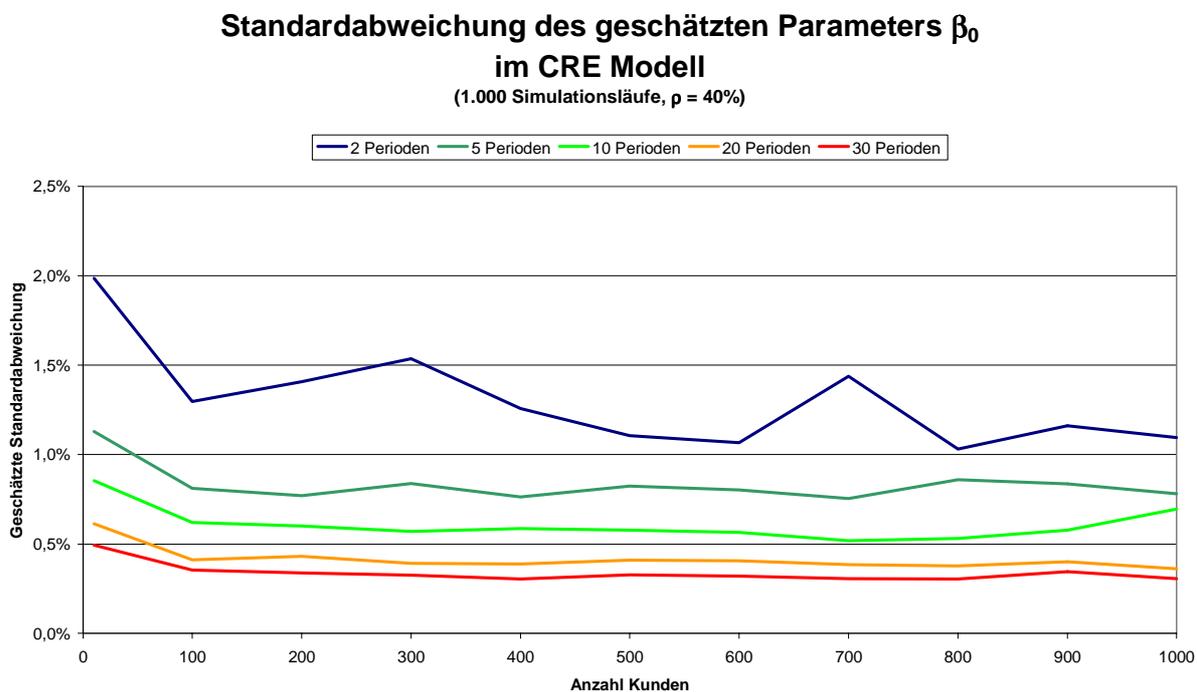


Abbildung 1 zeigt die erwarteten Schätzergebnisse des Mittelwertparameters  $\beta_0$ . Es ist offensichtlich, dass der Parameter bei beliebigen Kunden- und Periodenzahlen unverzerrt geschätzt wird, obwohl die Ausfälle nicht als unabhängig angenommen wurden, sondern signifikant korreliert sind.

Die Standardabweichung des geschätzten Parameterwertes hängt demgegenüber sehr wohl von der Kundenzahl und insbesondere von der verfügbaren Anzahl von Perioden ab, wie zu erwarten war. Der Informationsgehalt der Kundenzahl ist jedoch schnell erschöpft.

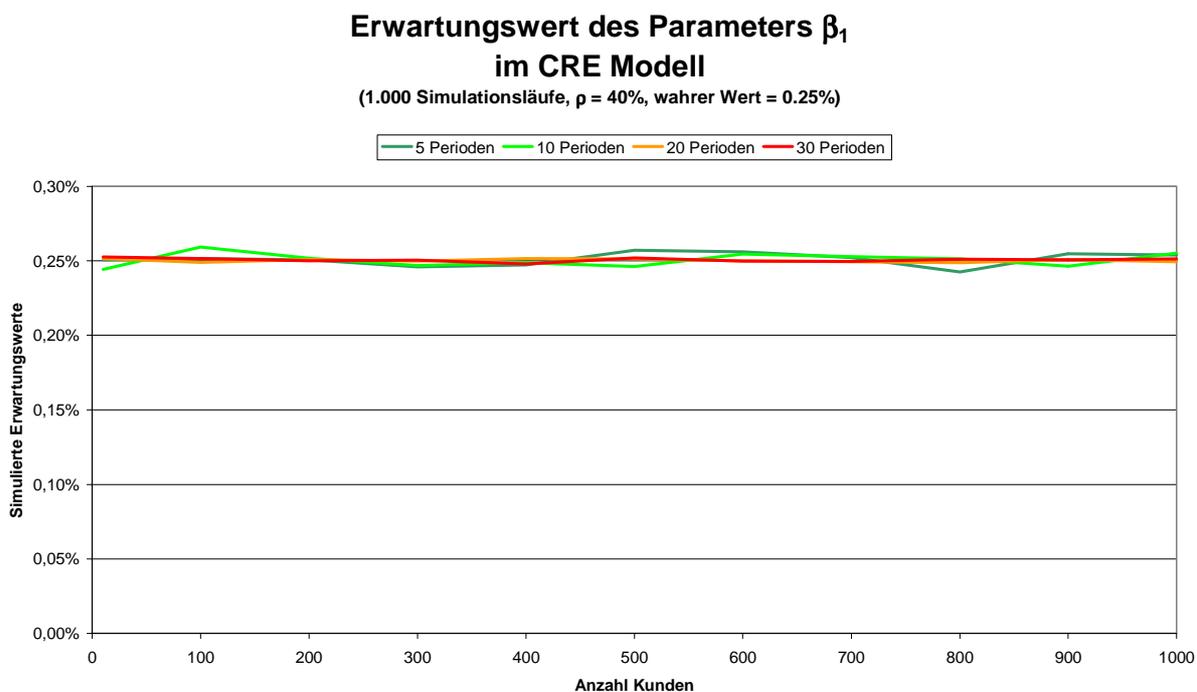
<sup>17</sup> Das hier verwendete Korrelationskonzept ist das des Asset Value Modells, das etwa aus Credit Metrics oder dem KMV Modell bekannt ist. Zu Details und weitergehenden Analysen dieses Korrelationskonzeptes vgl. Wehrspohn (2002), pp. 102ff.

Abbildung 2



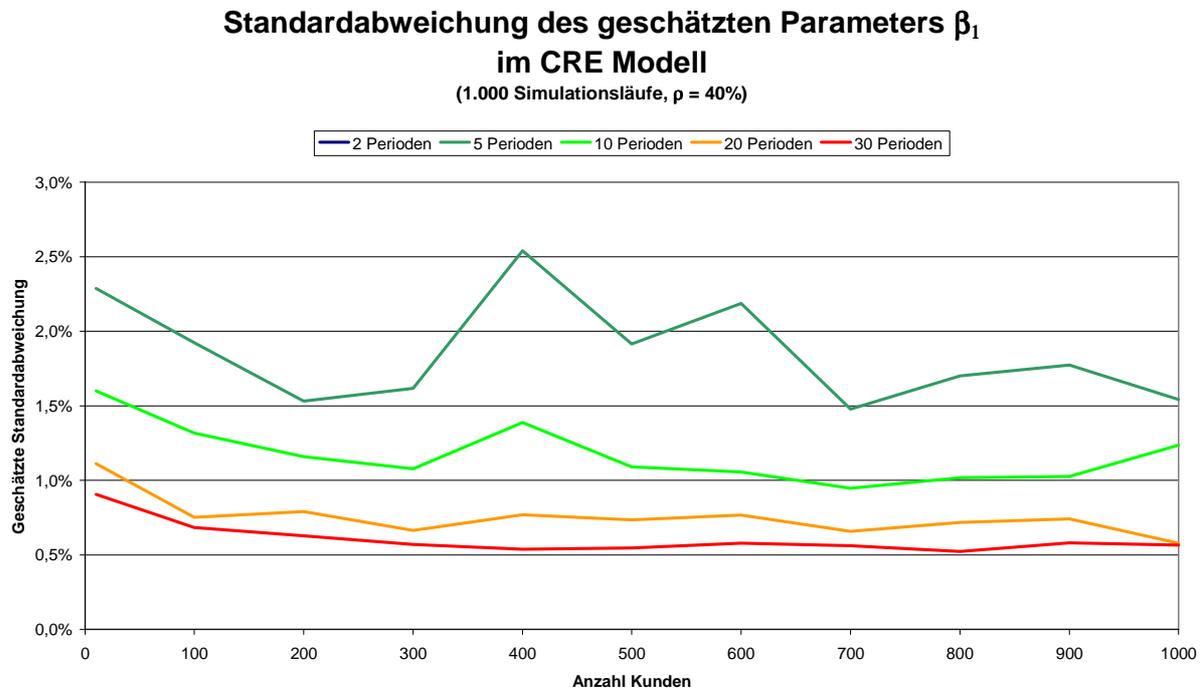
Dieselben Beobachtungen wiederholen sich, wenn wir den Volatilitätsparameter  $\beta_1$  ansehen.

Abbildung 3



Die Schätzung ist erwartungstreu für jede Kunden- und Periodenzahl selbst wenn die Ausfälle abhängig sind. Die Standardabweichung des Schätzers hängt wiederum vor allem von der Periodenzahl ab.

Abbildung 4



Die Standardabweichung des Schätzers hängt neben den Kunden- und Periodenzahlen insbesondere noch von dem Grad der Abhängigkeit der Kunden untereinander ab. Wie im Mittelwertmodell sind die Standardabweichungen der Schätzer relativ groß im Verhältnis zur Größe des zu schätzenden Parameters und steigen mit den Korrelationen an.

Abbildung 5

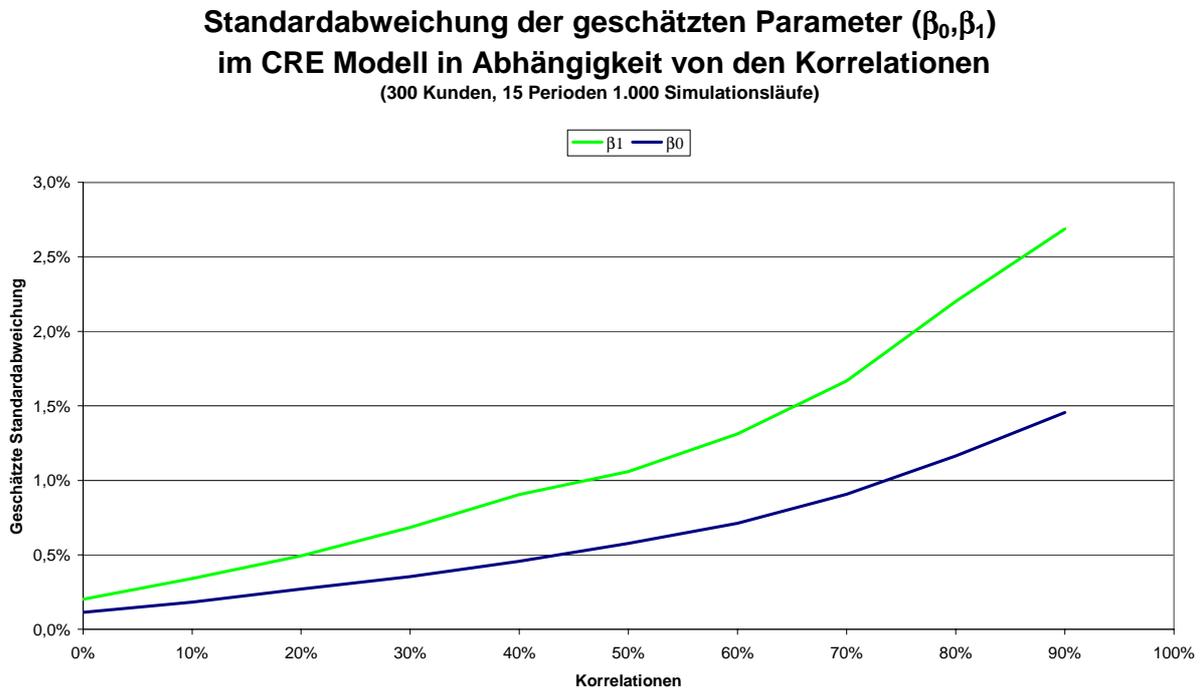


Abbildung 6 zeigt die gemeinsamen Verteilungen der Schätzwerte für  $\beta_0$  und  $\beta_1$  und illustriert die ansteigende Variabilität und Schiefe der Verteilungen für hohe Korrelationen.

Abbildung 6

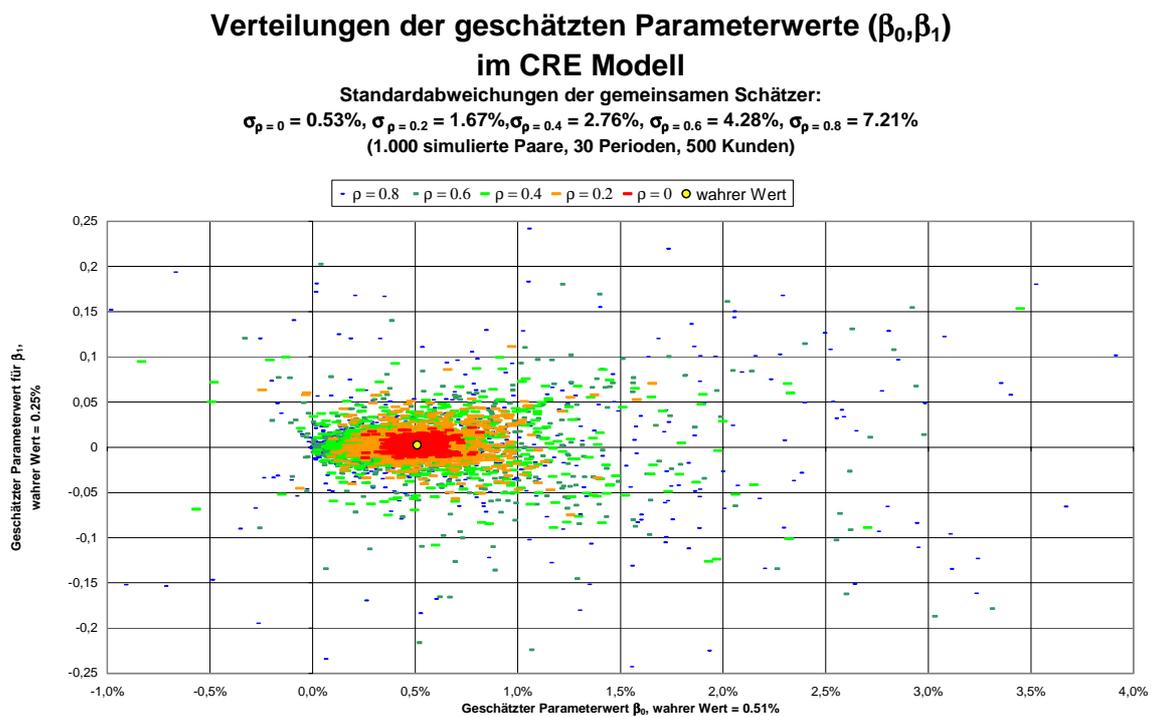


Tabelle 1 fasst die Hauptcharakteristiken der Verteilungen der Parameterschätzungen aus Abbildung 6 zusammen. Die Ähnlichkeiten mit den Ergebnissen für das Mittelwertmodell sind schlagend. Auch hier werden die Parameter erwartungstreu geschätzt, während sowohl die Schwankungsbreite als auch die Schiefe der Verteilungen mit den Korrelationen zunimmt. Dieser Befund ist unverändert für beide Parameter  $\beta_0$  und  $\beta_1$ .

Tabelle 1

$\beta_0$	$\rho = 0$	$\rho = 0.2$	$\rho = 0.4$	$\rho = 0.6$	$\rho = 0.8$
<b>Mittelwert</b>	0,511%	0,514%	0,513%	0,508%	0,527%
<b>Std.-Abw.</b>	0,072%	0,211%	0,383%	0,558%	1,018%
<b>Skewness</b>	9,10E-11	9,05E-09	1,10E-07	5,30E-07	6,06E-06
<b>Kurtosis</b>	1,01E-12	1,01E-10	2,23E-09	2,25E-08	8,43E-07

$\beta_1$	$\rho = 0$	$\rho = 0.2$	$\rho = 0.4$	$\rho = 0.6$	$\rho = 0.8$
<b>Mittelwert</b>	0,251%	0,259%	0,245%	0,256%	0,260%
<b>Std.-Abw.</b>	0,527%	1,656%	2,738%	4,227%	7,140%
<b>Skewness</b>	2,29E-08	3,77E-06	2,62E-05	2,25E-04	5,56E-04
<b>Kurtosis</b>	2,50E-09	5,47E-07	1,17E-05	9,90E-05	7,32E-04

<b>500 Kunden</b>	<b>30 Perioden</b>	<b>1.000 Simulationsläufe</b>
-------------------	--------------------	-------------------------------

## Bedingte Migrationswahrscheinlichkeiten

Der letzte Schritt des Makromodells innerhalb des CRE Modells besteht in der Ableitung von approximativen Ratingmigrationswahrscheinlichkeiten bedingt auf dem gegenwärtigen makroökonomischen Hintergrund. Da wir die Schätzung der bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten nicht nur für einzelne Industriezweige, sondern auch für einzelne Ratinggruppen durchgeführt haben, bleibt lediglich die Berechnung von Übergangswahrscheinlichkeiten in andere Ratings, die selbst noch keine Insolvenz bedeuten.

Ähnlich wie Wilsons Ansatz gründen wir die Ableitung von Übergangswahrscheinlichkeiten auf das Verhältnis der geschätzten bedingten Ausfallwahrscheinlichkeiten zu ihrem langfristigen Mittel. Genauer schlagen wir eine lineare Transformation der folgenden Form vor

$$\hat{p}_{ij} = w_j \left( \frac{\hat{p}_m}{p_n} - 1 \right) + \overline{p}_j$$

für  $j = 1, \dots, n$ , wobei  $n$  für die Anzahl Ratingklassen steht,  $\overline{p}_n$  für die langfristige mittlere Ausfallwahrscheinlichkeit der betrachteten Ratingklasse,  $\hat{p}_m$  für die geschätzte bedingte Ausfallwahrscheinlichkeit,  $\overline{p}_j$  für die geschätzte langfristige mittlere Übergangswahrscheinlichkeit vom gegenwärtigen Rating nach Rating  $j$ ,  $\hat{p}_{ij}$  für die geschätzte bedingte Übergangswahrscheinlichkeit und  $w_j$  für ein Sensitivitätsgewicht.

Da wir  $\hat{p}_m$  bereits geschätzt haben, wählen wir  $w_n = \overline{p_n}$ . Die anderen Parameter  $w_j$  für  $j = 1, \dots, n-1$ , müssen aus dem Datenbestand der Bank geschätzt werden. Sie könnten z.B. für die Ratings  $j = 1, \dots, n-1$  als kleinster-Quadrate-Schätzer von

$$\sum_{i=1}^m \left( \pi_{ij} - w_j \left( \frac{\hat{p}_{in}}{p_n} - 1 \right) + \overline{p_j} \right)^2 \stackrel{!}{=} \min_{w_j \in \mathbf{R}}$$

gewählt werden. Hierbei ist  $\pi_{ij}$  die beobachtete Übergangshäufigkeit nach Rating  $j$  in Periode  $i$  für  $i = 1, \dots, m$ , wenn Daten über  $m$  Perioden zur Verfügung stehen,  $\hat{p}_m$  ist die aus den geschätzten Werten für  $\beta_0$  und  $\beta_1$  und den beobachteten makroökonomischen Faktoren interpolierte Ausfallwahrscheinlichkeit für Periode  $i$ . Beachte, dass für beliebige Werte von  $w_j$  der Mittelwert der resultierenden geschätzten Übergangswahrscheinlichkeiten gleich  $\overline{p_j}$  ist. Dies liegt am linearen Regressionsmodell für  $\hat{p}_m$  bei dem die mittleren geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten immer gleich den mittleren beobachteten Ausfallraten sind<sup>18</sup>.

Es ist nicht zwingend erforderlich, wäre aber intuitiv schön, wenn die Gewichte  $w_j$  negativ wären für Ratings, die besser sind als das gegenwärtige, und positiv für Ratings, die schlechter sind als das gegenwärtige, so dass in einer Rezession eine Ratingverbesserung weniger wahrscheinlich und eine Ratingverschlechterung wahrscheinlicher wäre als im Durchschnitt.

Es ist jedoch möglich, dass die geschätzten zukünftigen Übergangswahrscheinlichkeiten  $\hat{p}_{m+1,j}$  negativ sind oder größer als 1 oder dass sich ihre Summe nicht zu 1 addiert. Wir führen deshalb 0 und 1 als untere und obere Grenze für die geschätzten Übergangswahrscheinlichkeiten ein und standardisieren sie durch

$$\hat{p}_{m+1,j} = \frac{\hat{p}_{m+1,j}}{\sum_{k=1}^{n-1} \hat{p}_{m+1,k}} (1 - \hat{p}_{m+1,n})$$

für die Ratingklassen  $j = 1, \dots, n-1$ . Beachte, dass hier wiederum die Güte der Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten eindeutig Priorität von der Schätzung von bloßen Übergangswahrscheinlichkeiten erhält.

## Fazit

Wir haben mit dem CRE Modell eine Methodik dargestellt, die es erlaubt, mit Länderrisiken und makro- und mikroökonomischen Faktoren die wesentlichen Einflüsse auf die Ausfallwahrscheinlichkeiten von Kunden simultan zu erfassen, und konsistente Schätzverfahren für die Modellparameter zur Verfügung gestellt<sup>19</sup>.

<sup>18</sup>  $\overline{Y} = \beta_0 + \beta_1 \overline{X}$  ist eine der Gleichungen, die bei der kleinsten-Quadrate-Schätzungen gelöst werden muss.

<sup>19</sup> Für nicht-Default-Übergangswahrscheinlichkeiten, die nur sehr schwache Risikotreiber sind, gilt dies nur näherungsweise.

Damit ist erstmals ein integratives Modell für die Ausfallwahrscheinlichkeiten vorgeschlagen worden, das nicht nur unrealistische Annahmen über die Abhängigkeiten zwischen den Kunden vermeidet, sondern die Treiber der Ausfallwahrscheinlichkeiten gleichzeitig als Eckpunkte der Portfoliostruktur betrachtet und in ein weit über die alleinige Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten hinausgehendes Portfoliomodell einbettet.

## Kontakt:

### Dr. Uwe Wehrspohn

Universität Heidelberg  
Alfred Weber Institut  
Grabengasse 14  
69117 Heidelberg  
Tel.: ++49.173.66 18 784

Center for Risk & Evaluation  
GmbH & Co. KG  
Berwanger Straße 4  
75031 Eppingen  
Email: [wehrspohn@risk-and-evaluation.com](mailto:wehrspohn@risk-and-evaluation.com)

Weitere Unterlagen finden Sie unter <http://www.risk-and-evaluation.com>.

## Literatur:

**Tobias Bär (2000):** "Predicting business failure rates: empirical macroeconomic models for 16 German industries," Working Paper, McKinsey & Co.

**Jongwoo Kim (1999):** "A way to condition the transition matrix on wind," Working Paper, Riskmetrics Group

**G.S. Maddala (1983):** „Limited-dependent and qualitative variables in econometrics," Econometric Society monographs in quantitative econometrics 3, Cambridge University Press

**UBS (Union Bank of Switzerland) (2001):** "Morning News, January 16, 2001"

**Uwe Wehrspohn (2002):** Credit Risk Evaluation: Modeling – Analysis – Management, CRE, 2002, <http://www.risk-and-evaluation.com>

**Thomas C. Wilson (1997a):** "Portfolio credit risk (I)," *Risk* 9.9, pp. 111-117

**Thomas C. Wilson (1997b):** "Portfolio credit risk (II)," *Risk* 9.10, pp. 56-62