

# Wenn es um Kopf und Kragen geht: Extremwerttheorie!

Valérie Chavez-Demoulin  
*valerie@math.ethz.ch*  
ETHZ

Armin Roehrl  
*armin@approximity.com*  
Approximity GmbH

23. Januar 2004

## Zusammenfassung

*Wie hoch sollte ein Damm gebaut werden, um höchstens einmal in hundert Jahren überschwemmt zu werden? Welche Auswirkungen könnte ein Börsen-crash morgen haben?*

Viele Fragen aus dem echten Leben erfordern Schätzungen, aber wenn es keine Daten oder nur sehr wenige Beobachtungen gibt – und per Definition sind extreme Ereignisse selten –, werden wichtige Schätzungen öfter nach Gefühl als auf Grund von Tatsachen gemacht. Die Extremwerttheorie (EVT) ist ein Spezialgebiet der Statistik, das sich mit solch seltenen Situationen beschäftigt und eine Alternative zum reinen Raten bietet. In diesem Artikel zeigen wir, wie Extremwerttheorie einem in der Tat Kopf und Kragen retten kann.

## 1 Das Unbekannte bringt einen um

Die berühmten Worte von Frank Clancy “die normalen Risiken der Wüste sind: Klapperschlangen, Hitze und Wassermangel” sagen uns, mit welchen Risiken wir bei unserem nächsten Ausflug in die Wüste rechnen müssen. Nun können wir uns entsprechend vorbereiten.

*Erst das Unbekannte wird schwierig.*

Hätte EVT das Space Shuttle Challenger retten können? Die Explosion des Space Shuttles am 28. Januar 1983 ist auch für Risiko-Management von Interesse, da die Katastrophe die Folge eines extremen Ereignisses war: die erstaunlich niedrige Temperatur (15 Grad Fahrenheit weniger als der bisher kälteste Start) war für das Versagen der O-Ringe verantwortlich und führte damit zur Katastrophe. Obwohl keine Messdaten für so niedrige Temperaturen vorlagen, hätte eine einfache EVT-Analyse gezeigt, dass bei so niedrigen Temperaturen nicht gestartet werden sollte.

## 2 Was sind Extreme? Was gehen sie mich an?

Extreme sind ungewöhnliche oder seltene Ereignisse. Bei klassischen Datenanalysen werden Extreme oft als Ausreißer verharmlost oder ganz und gar ignoriert. Damit werden die realen Daten vergewaltigt, um gut zu einem Modell zu passen.

Benötigt man nur Schätzungen alltäglicher Ereignisse, kann man extreme Daten vielleicht ignorieren, aber sobald man sich für seltene Vorkommnisse zu interessieren beginnt, sollte man die Extremwerttheorie verwenden. Vor allem, weil gerade hier die Situationen sind, in denen das meiste zu gewinnen oder zu verlieren ist: Börsencrashes, Naturkatastrophen, Kriege ...

Für den Laien sind Erdbeben, Wirbelstürme und Börsencrashes überraschende Phänomene, die keinen offensichtlichen Regeln folgen, aber durch sorgfältige Analysen konnten Verteilungen gefunden werden, mit denen diese extremen Ereignisse annehmbar modelliert werden können.

Stellt man die Körpergröße vieler Menschen in einem Histogramm dar, wird man auf die bekannte Glockenkurve der Normalverteilung stoßen. Erstaunlich viele Daten aus dem echten Leben genügen dieser und verwandten Verteilungen, die sehr gut verstanden sind und leicht berechnet werden können. Wenn man jedoch an den Enden (tails) der Verteilungen einen Blick auf die extremen Werte wirft, fällt auf, dass diese Enden "dicker" (heavy tailed) sind als von den klassischen Verteilungen vorhergesagt (vgl. Abb. 1).

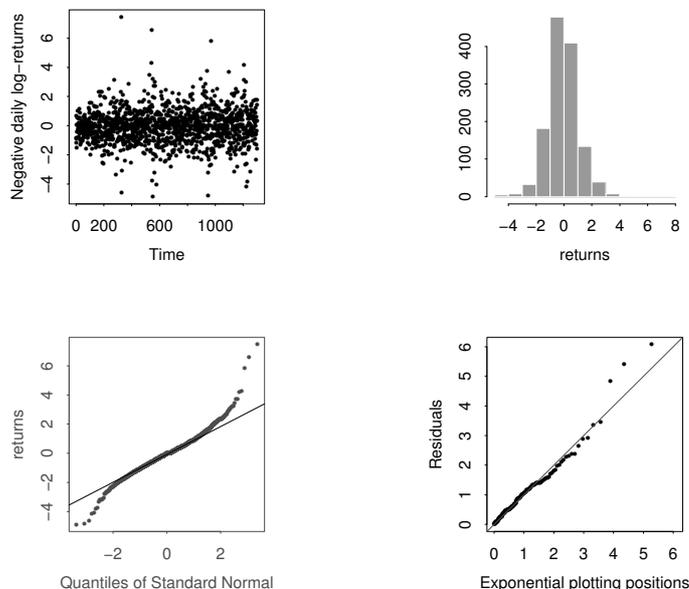


Abbildung 1: **Links oben:** Die täglichen negativen Log-RetURNS des Dow Jones Index (DJI). In der Finanzmathematik arbeitet man oft mit den Log-RetURNS, da diese Verteilung einfacher modelliert werden kann als die rohen Daten. **Rechts oben:** Histogramm der RetURNS. **Links unten:** Eine Normalverteilung kann auf die Daten nicht gut gefittet werden, besonders an den Enden der Verteilung gibt es Probleme. **Rechts unten:** Eine einfache EVT-Modellierung ergibt bereits einen sehr guten Fit, für die drei Ausreißer (z.B. Crashes, ...) müsste man eine anspruchsvollere Methode wählen.

Der deutsche Mathematiker, Pazifist und überzeugte Nazigegner Emil Julius Gumbel entwickelte in den 50-er Jahren die Gumbel-Verteilung, die Verallgemeinerte Extremwertverteilung und die Verallgemeinerte Pareto-Verteilung (GPD): Sie sind aber nur die Spitze des Eisberges eines vollkommen neuen und schnell wachsenden Gebiets der Statistik. Zuerst wurden mittels EVT Umweltfragen beantwortet, doch bald war auch das Interesse der Finanzindustrie geweckt.

### 3 Einige haben es erkannt ...

Viele Experten aus den verschiedensten Bereichen haben mittlerweile den Vorteil von EVT erkannt. Ihre spezifischen Problembereiche liefern alle Daten mit den oben erwähnten "dicken Enden".

Versicherungsunternehmen, besonders Rückversicherungen, müssen die Kosten großer Versicherungsschäden vorhersagen. Der schnelle Klimawandel macht diese Aufgabe wichtiger denn je.



*Zum ersten Mal in der Geschichte des Planeten verändert der Mensch das Klima spürbar und möglicherweise unumkehrbar, ohne eine Ahnung der Folgen zu haben ... Die wirtschaftlichen und die versicherten Schäden sind seit 1960 um den Faktor 3 bzw. 5 gestiegen. Wir haben hier eindeutig einen Trend, den man ohne Übertreibung als dramatisch bezeichnen kann. (Münchener Rück, 1990)*

Extremes Wetter führt zu extremen Kosten. Die europaweiten Überschwemmungen im Sommer 2002 in Europa haben Versicherungsfirmen in Europa geschätzte 2,5 Milliarden Euro gekostet. Dies ist im Vergleich zum Erdbeben von Kobe aber nur eine Kleinigkeit: Versicherungsfirmen sollen zwischen \$100 und \$150 Milliarden bezahlt haben.

Das Basel-Komitee (Bank of International Settlements, BIS) führte zu Beginn der 90-er Jahre den Value-at-Risk (VaR) als Standardrisikomaß<sup>1</sup> ein, um Portfoliobesitzer vor schlechten Marktbedingungen und übergroßen Risiken zu warnen.

Die üblichen Standardmethoden zur VaR-Berechnung setzen eine Normalverteilung der Daten voraus. Oft ist diese Annahme aber überhaupt nicht zutreffend, da man weiß, dass die unbedingte Verteilung der Finanz-Zeitreihe ein "dickes Ende" hat. Um diese Enden zu modellieren und damit den VaR zuverlässiger zu bestimmen, werden auch in der Finanzindustrie seit kurzem EVT-Methoden verwendet (vgl. Abb. 2 auf der nächsten Seite).

Das Ende der letzten Dekade war von der signifikanten Instabilität der weltweiten Finanzmärkte gezeichnet. Dies hat zu heftiger Kritik an den existierenden Risikomanagement-Systemen geführt und die Suche nach besseren Methodologien motiviert, die mit seltenen Ereignissen mit gewichtigen Konsequenzen zurecht kommen. Die Extremwerttheorie kann diesen Anforderungen gerecht werden.

Long Term Capital Management (LTCM), ein hoch geschätzter Hedge Fund, brach im September 1998 fast zusammen. John Meriweather und die Nobelpreisträger Robert Merton und Myron Scholes führten einen großen Hedge Fund mit gewaltiger Hebelwirkung durch Verschuldung: mit nur \$4,8 Milliarden kontrollierten sie \$160 Milliarden und wetteten auf die Konvergenz verschiedener finanzieller Instrumente (von Schatzbriefen bis zu Währungen).

LTCM hatte im schlimmsten Fall mit 20% Verlust gerechnet, anstatt mit den 60%, die sie hatten, sobald die Probleme aufgetreten waren. Sorgfältige EVT-basierte Analysen hätten LTCM darauf hingewiesen, dass ihr Schätzwert bei weitem zu niedrig lag. Alan Greenspan und viele Investmentbanken retteten schließlich den Fund während dieser großen Liquiditätskrise, da Herr Greenspan befürchtete, dass die Schockwelle des Zusammenbruchs einen Marktcrash auslösen würde.

<sup>1</sup> VaR ist formal definiert als das  $\alpha$ -Quantil der Gewinn-und-Verlust (P&L) Verteilung eines Portfolios von Wert  $V_t$  zum Zeitpunkt  $t$  über die Halteperiode oder Zeithorizont  $h$ . Alternative Marktrisikomaße wie der Expected Shortfall (ES), der den zu erwartenden Verlust misst, der den VaR überschreitet, sind vorgeschlagen worden.

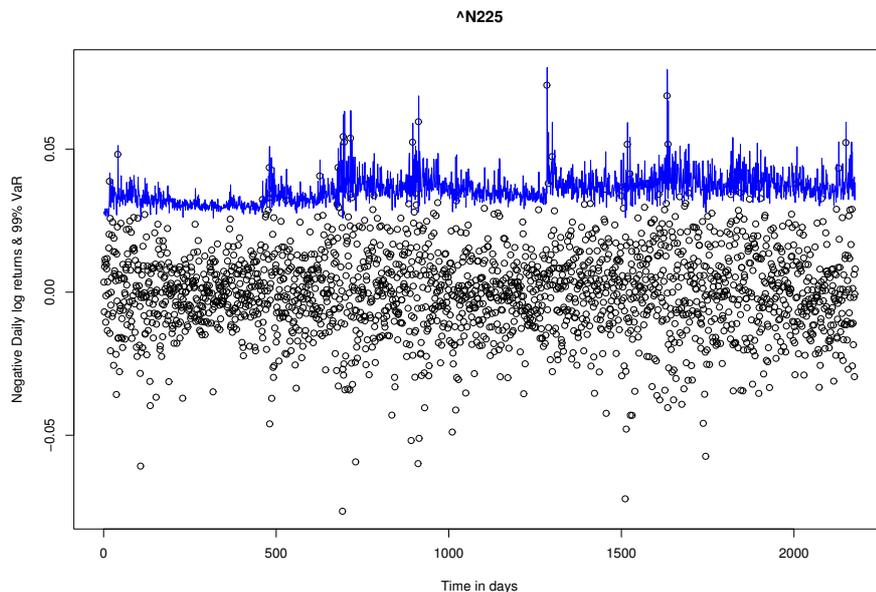


Abbildung 2: Die Punkte sind die negativen täglichen Log>Returns des Nikkei 225 Indexes (1. Januar 1997 bis 1. Januar 2001), die obere Linie ist der geschätzte 99% VaR gegen die Zeit in Tagen. Dieser Ansatz der VaR-Schätzung ist eine Erweiterung des klassischen EVT-Modelles und erlaubt realistische Modelle. Eine Backtesting-Studie würde zeigen, wie exakt die Methoden den VaR schätzen.

In einem Interview mit dem Wall Street Journal (21. August 2000) sagte John Meriweather: *Mit zunehmender Globalisierung werden wir mehr Krisen erleben. Im Moment ist unser gesamter Fokus auf das Extreme gerichtet – was ist das Schlimmste, was einem in jeder Situation passieren kann –, da wir das nie wieder erleben wollen.* Dieses Versagen, hat zweifellos die gesamte Finanzmathematik schwer getroffen und in einem Interview mit der schweizer Zeitung Le Temps (1. Dezember 2003) fügte Professor Embrechts hinzu: *Die echten Preisbeobachtungen hörten nicht auf, den Black&Scholes-Formeln zu widersprechen. Die Aussage, dass die Volatilität konstant ist, ist nicht gesichert. Konstant? Viel eher folgt sie den Herzen der Trader! ... Die Mathematik muss diese Formeln korrigieren, so dass sie der Realität entsprechen.*

Professor Embrechts, auch *Mr. Extremwert* genannt, fand in der Finanzwelt ein begeistertes Publikum. Aber auch der Datentransfer im Internet, strukturelle Belastbarkeit oder Biotech-Analysen und viele weitere Bereiche bieten sich für EVT-Anwendungen an, da auch ihre Datenverteilungen "dicke Enden" haben.

Sogar "normale" Firmen sollten die Einsatzmöglichkeiten von EVT überprüfen, denn ihre Risikomanager müssen sich Gedanken um Ereignisse machen, die mit geringer Wahrscheinlichkeit eintreten, aber zu katastrophalen Verlusten führen können.

Eigentlich dreht sich ja alles um die Frage: "Wenn es schief geht, wie schief kann es gehen?" Daher ist das Problem die Modellierung von seltenen Phänomenen, welche fast immer außerhalb des Bereichs der vorhandenen Beobachtungen liegen. In solchen Situationen ist es wichtig, auf gut fundierte Methodologien zurückzugreifen. EVT bietet eine bestätigte und erprobte theoretische Basis, auf der wir statistische Modelle zur Beschreibung extremer Ereignisse bilden können.

## 4 Kein Allheilmittel, aber besser als nichts

EVT ist der wissenschaftlichste Ansatz zu einem schwierigen Problem: Vorhersagen der Größe von seltenen Ereignissen.

*Es wird immer ein bisschen Zweifel bleiben, da man in Gebiete extrapoliert, über die man nichts weiß. EVT macht das Beste aus welchen Daten man auch immer über extreme Phänomene hat. – Richard Smith*

EVT wird sich als ein Arbeitsmittel von Risikomanagern zunehmend verbreiten. Jedoch kann nur integriertes Risikomanagement erfolgreich sein, da man Portfolio-Effekte verliert und eventuell das falsche Problem löst, wenn man nicht alle Risikofaktoren zusammen betrachtet. Die EVT-Forschung hat auch Wege gezeigt, wie man verschiedene Risikofaktoren kombiniert.

*Die Schlüsselbotschaft ist, dass EVT keine Wunder vollbringen kann – aber es kann sehr viel besser sein als empirisches Kurven-Fitten und reines Raten. Meine Antwort an die Skeptiker ist, wenn Experten nicht gut fundierte Methoden wie EVT benutzen, werden sie statt dessen nur dubiose verwenden. – Jonathan Tawn*

Wenn Sie "dicke Enden" vorfinden, sollten Sie den Einsatz von EVT in Betracht ziehen, da es zu teuer werden könnte, EVT zu ignorieren. Wie jedes andere Modell ist auch EVT nur eine Abstraktion der Realität und kein Allheilmittel: keine Wissenschaft kann menschliche Erfahrung, Fachwissen und Intuition vollkommen ersetzen, wie unsere Arbeit im Risikomanagement für Finanzfirmen und die Industrie uns immer wieder zeigen.

*Postscriptum:* Extreme können auch positiv sein, sie sind das Beste und das Schlimmste im Leben.

### Danksagung

Diese Arbeit wurde zum Teil von der Swiss National Science Foundation durch NCCR Finrisk unterstützt.