

Serie: Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten – Teil 1

Das kanonische Verfahren: Mittlere Ausfallhäufigkeiten

Ein Beitrag von Uwe Wehrspohn

Die Ausfallwahrscheinlichkeiten von Geschäftspartnern und Kreditnehmern sind die zentrale Inputgröße für modernes Kreditrisikomanagement und die aufsichtsrechtliche Eigenkapitalunterlegung in Banken und für das Debitorenmanagement in Industrieunternehmen. In einer Serie möchten wir deshalb die wichtigsten Verfahren zur Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten mit ihren Vor- und Nachteilen vorstellen und Hinweise zu ihrer praktischen Anwendung geben.

Die grundlegende Methode zur Bewertung von Ausfallwahrscheinlichkeiten – die Schätzung durch langfristige mittlere Ausfallhäufigkeiten, auch als Mittelwertansatz bezeichnet – basiert auf der Verwendung von internen oder externen Ratings.

Ein Rating in seiner allgemeinsten Definition ist eine Bewertung der Kreditqualität eines Kunden oder Geschäftspartners. Es ist insbesondere eine Einschätzung der

Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde seine Zahlungsverpflichtungen nicht wie vereinbart abwickeln wird. Ratings wurden bereits seit Beginn des 20. Jahrhunderts entwickelt, um dem Bedürfnis von Investoren nach mehr Markttransparenz und einem unabhängigen Benchmarking und dem Interesse von Firmen am direkten Zugang zum Kapitalmarkt und der Senkung von Refinanzierungskosten genüge zu tun.

Ratings stellen den offensten Ansatz dar, um Ausfallwahrscheinlichkeiten zu schätzen. Im Rating können prinzipiell alle über einen Kunden zur Verfügung stehenden Informationen zusammenfließen, z.B.

- Marktdaten,
- andere existierende Ratings des Kunden,
- Jahresabschluss- und Bilanzdaten,

- makroökonomische Variablen, die den Zustand der Volkswirtschaft und der betreffenden Branche des Kreditnehmers widerspiegeln,
- ‚weiche Faktoren‘ wie etwa die Managementqualität einer Firma.

Diese Flexibilität im Hinblick auf die zugrunde gelegte Datenbasis ist ein zentraler Vorteil der Ratingmethodik im Vergleich zu Verfahren, die hochstandardisierte Inputs verwenden. Sie erlaubt es Ratingagenturen, Finanzinstitutionen und Firmen¹ alle Geschäftspartner in die Kreditrisikoanalyse einzubeziehen, insbesondere auch solche Firmen, die keine börsennotierten Aktiengesellschaften sind, wie etwa kleine und mittelständische Unternehmen oder sogar Privatkunden.

Grundansatz

Die Rating-Analyse besteht aus drei Schritten:

Zunächst wird die bonitätsrelevante Information, die über einen Kunden vorliegt, ausgewertet und in einem Risikoscore zusammengefasst. Der Risikoscore ist noch kein Rating, sondern zunächst eine reelle Zahl, die die Bonität des Kunden ausdrückt. Aufsteigende Scores kennzeichnen steigendes Risiko, ohne dass allerdings ‚Abstände‘ ohne weiteres gemessen werden könnten.

Im zweiten Schritt wird jeder Kunde einer ‚Risikogruppe‘ oder Ratingkategorie

zugeordnet, indem die reelle Achse, auf der die Risikoscores abgetragen sind, in Intervalle eingeteilt wird. Alle Kunden, deren Risikoscores sich im selben Intervall befinden, fallen auch in dieselbe Risikogruppe. Eine Risikogruppe wird im folgenden als eine im Blick auf ihr Kreditrisiko homogene Menge von Geschäftspartnern angesehen, d.h. es wird angenommen, dass alle Kunden in derselben Ratingkategorie dieselben Ausfall- und Übergangswahrscheinlichkeiten in eine andere Gruppe besitzen. Von diesem Punkt an werden alle individuellen Züge eines Kunden vernachlässigt, und er wird vollständig auf seine Zugehörigkeit zu einer Ratinggruppe reduziert.

Schließlich werden Ausfallwahrscheinlichkeiten für jede Risikogruppe und einen festen Zeithorizont geschätzt. Der Zeithorizont wird typischerweise auf ein oder mehrere Jahre gesetzt.

Zusätzlich können auch Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen Ratinggruppen und Ausfallvolatilitäten bestimmt werden. Wir werden diese Problematik ebenso wie die Berechnung von Risikoscores aber in diesem Artikel nicht zentral weiterverfolgen, sondern ausschließlich die Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten im Mittelwertmodell und damit in Zusammenhang stehende Fragen der Abgrenzung von Ratinggruppen diskutieren.

Ausfallwahrscheinlichkeiten

Im Mittelwertmodell ist die Schätzung von Ausfall- und Übergangswahrscheinlichkeiten sehr einfach. Unter den Annahmen, dass

¹ Auch wenn im folgenden schwerpunktmäßig von Finanzinstitutionen die Rede ist, gelten die dargestellten Ergebnisse natürlich für alle Anwender von Ratingssystemen und den anschließenden Verfahren zum Schätzen von Ausfallwahrscheinlichkeiten.

- die Ausfall- und Übergangswahrscheinlichkeiten im Zeitverlauf konstant sind und nicht von Konjunkturentwicklungen und anderen volkswirtschaftlichen Rahmenfaktoren beeinflusst werden und
- dass die Ausfälle und Bonitätsveränderungen der Kunden in verschiedenen Perioden unabhängig bzw. unkorreliert sind,

werden alle Wahrscheinlichkeiten durch die Mittelwerte der entsprechenden langfristig beobachteten relativen Häufigkeiten geschätzt.

Im Mittelwertmodell ist dabei die Definition eines Ausfalls völlig frei wählbar. Sowohl die Wahrscheinlichkeit eines reinen Zahlungsverzugs als auch die Wahrscheinlichkeit einer Insolvenz als auch die eines eventuell anders gearteten Kreditereignisses können in diesem Modell aus den entsprechenden Beobachtungen bestimmt werden.

Dies ist deshalb möglich, weil das Mittelwertmodell keinerlei Gründe dafür annimmt oder liefert, warum ein Ausfall oder ein anderes Kreditereignis eingetreten ist. Es stellt lediglich eine statistische, rein korrelative Beziehung zwischen der Bonität einer Gruppe von Kunden und ihrer wirtschaftlichen Lage her, d.h. ohne Angabe von Ursachen und Gründen wird durch das Mittelwertmodell festgestellt, dass Firmen einer gewissen Bonität häufiger ausfallen als andere.

Die ist auch der Grund, warum Kunden zuerst einer Risikogruppe zugewiesen werden müssen, bevor Ausfallwahrscheinlichkeiten geschätzt werden können. Da kein direkter, messbarer Kausalzusammenhang zwischen ökonomischen Variablen und Kreditereignissen ange-

nommen wird, ist es notwendig beobachtete Ausfallhäufigkeiten als Input für die Schätzungen zu verwenden. Wollte man kundenindividuelle Ausfallwahrscheinlichkeiten auf diese Weise bestimmen, träte die Schwierigkeit auf, dass für einen Kunden entweder kein einziger Ausfall vorliegt oder die betreffende Firma mit dem eigenen Ausfall aufhört zu existieren. Die Gruppenbildung ist also für die Schätzung notwendig, da man in der Gruppen Ausfälle beobachten, also die notwendigen Inputdaten sammeln kann, ohne dass die Gruppe selbst hinfällig wird.

Diskussion

Ratings erschließen kleine und mittelständische Firmen und nicht börsennotierte Großunternehmen für die Kreditrisikoanalyse. Sie ermöglichen es dem Risikomanager für den Kreis aller Geschäftspartner mit einer konsistenten Methodik Ausfallwahrscheinlichkeiten zu schätzen. Dies ist der zentrale Vorteil der Verwendung von Ratings.

Darüberhinaus erlauben Ratings eine effiziente Nutzung vorhandener Informationen. Wenn Marktdaten über eine Firma vorliegen wie Aktienkursentwicklungen oder Bond Spreads, können sie prinzipiell verwendet werden. Es ist aber auch möglich alle anderen verfügbaren Daten in die Analyse mit einzubeziehen, um die Ergebnisse zu bestätigen oder teilweise zu korrigieren.

Dieser Vorteil ist gleichzeitig eine der größten Herausforderungen der Ratingmethodik, denn die potentiell bonitätsrelevanten Daten sind extrem heterogen und machen es oft schwierig einen Kunden einer Risikogruppe zuzuweisen.

Während Bilanz- und Jahresabschlussdaten noch relativ gut durch statistische Diskriminanzverfahren in die Analyse integriert werden können, ist dies insbesondere bei weichen Faktoren der Fall wie der Managementqualität, der Diversifikation innerhalb einer Firma oder der Wettbewerbsposition der Firma innerhalb ihrer Branche. Ihre Bewertung gründet vor allem auf Expertenwissen und ist daher zwangsläufig weniger objektiv und Fehlern durch Fehleinschätzungen, unvollständige Information und Missverständnissen unterworfen.

Andere mögliche Ungenauigkeiten entstehen durch die Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten. Es ist offensichtlich, dass die Annahme, alle Kunden in derselben Ratinggruppe hätten auch dieselbe Ausfallwahrscheinlichkeit, nur eine vereinfachende Näherung sein kann². Es wäre wesentlich natürlicher davon auszugehen, dass die Kreditqualitäten der Kunden stetig verteilt sind als dass sie von einer Ratingkategorie zur anderen einen unvermittelten Sprung machen. Dadurch dass die Ratinggruppen als homogen und nur aus identischen Kopien desselben Kundentyps bestehend (fehl-)interpretiert werden, werden die Kunden besserer Bonität in einer Gruppen ungerrechtigt abgewertet, ihr Kreditrisiko überschätzt und in Folge auch überpreist. Umgekehrt wird das Risiko der ‚schlechteren‘ Kunden in einer Gruppe unterschätzt und dementsprechend auch unterbewertet.

Durch diese allgemeine Unschärfe in jeder Ratingkonzeption entstehen Arbitragemöglichkeiten für

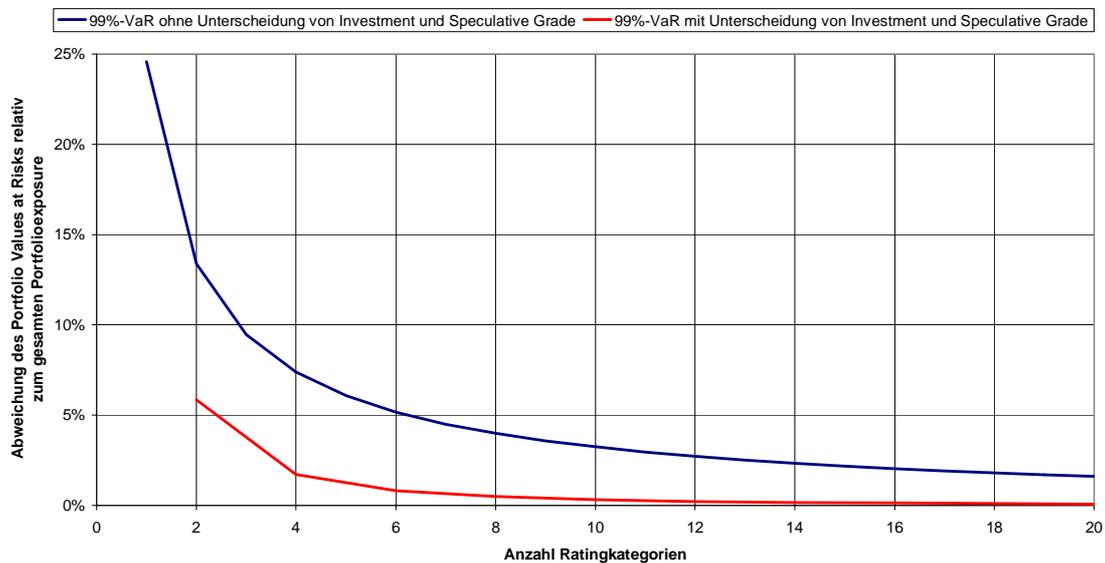
gemöglichkeiten für Finanzinstitutionen, die das Kreditrisiko ihrer Geschäftspartner präziser klassifizieren können als andere. Sie können den Firmen und Privatleuten, die eine höhere Bonität haben als der Durchschnitt ihrer Ratingklasse, etwas bessere Konditionen bieten und sie ggf. als Kunden gewinnen. Entsprechend können sie von den unterdurchschnittlichen Firmen einer Gruppe einen für das von ihnen implizierte Risiko angemessenen Preis verlangen. Sie werden sie dadurch vielleicht als Kunden verlieren, aber sie werden nicht von vorneherein aufgrund zu geringer Preise Verluste aus dem inhärenten Risiko erwarten.

Dieses Argument zeigt bereits, dass Finanzinstitutionen nicht zu wenige Ratingklassen unterscheiden sollten, um Fehler durch die Durchschnittsbildung der Bonitäten in einer Klasse in angemessenen Grenzen zu halten. Abbildung 1 illustriert den durch eine zu kleine Anzahl unterschiedener Ratingkategorien ausgelösten Fehler auf dem Niveau einer Portfolioanalyse.

² Dies deutet sich schon daher an, dass auf dem Weg zu einer Ratingkategorisierung Risikoscores berechnet werden, die auf der ganzen reellen Achse Werte annehmen können und für Kunden, die schließlich dasselbe Rating bekommen, nicht unbedingt übereinstimmen müssen (siehe oben).

Abbildung 1

Abweichung des geschätzten Portfolio Values at Risk in Abhängigkeit von der Anzahl Ratingkategorien



Sie zeigt die durch Ungenauigkeiten bei der Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten bewirkte Abweichung des auf dieser Grundlage ermittelten Credit Value at Risk³ eines Portfolios, in dem die Ausfallwahrscheinlichkeiten der Kunden gleichmäßig und stetig zwischen 0 und 20% verteilt sind⁴, vom tatsächlichen Credit VaR. Um die Analyse realistischer zu gestalten, wurde in diesem Beispiel angenommen, dass die Exposures der

Kunden sehr unterschiedlich sind, insbesondere dass das Kreditvolumen eines Kunden von seiner Bonität abhängt⁵. Die besten Bonitäten erhielten bis zu 600 mal mehr Kredit als die schlechtesten⁶.

Es wurden zwei verschiedene Ansätze zur Abgrenzung der Ratinggruppen unterschieden. Der erste Ansatz unterteilte das Intervall von 0 bis 20% in n gleich große Segmente und nahm den Mittelwert jedes Segmentes als Ausfallwahr-

³ Wir definieren den Value at Risk als ein Quantil der Portfolio-Verlustverteilung, d.h. als den kleinsten Verlust, der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit (99% im angegebenen Beispiel) nicht überschritten wird.

⁴ Um bei der Portfolioanalyse zufällige, durch eine Simulation bedingte Fehler zu vermeiden, haben wir angenommen, das Portfolio bestehe aus unendlich vielen Kunden, deren individuelles Exposure relativ zum gesamten Portfolioexposure gegen Null geht. In diesem Fall hat die Portfolio-Verlustverteilung im klassischen Korrelationsmodell, das in unterschiedlichem Kontext in vielen Portfoliomodellen wie etwa Credit Metrics (www.riskmetrics.com), dem Vasicek-Kealhofer-Modell (www.kmv.com) und Credit Smart Risk (www.creditsmartrisk.com) vorkommt, für ein homogenes Portfolio eine analytische Lösung (vgl. hierzu Gersbach / Wehrspohn 2001, RiskNEWS 11.2001). Für das Portfolio, das unserem Beispiel zugrunde liegt, kann der Value at Risk hieraus als

Integral über die Ausfallwahrscheinlichkeiten berechnet werden.

⁵ Die Exposures wurden durch je eine lineare Funktion $ax + b$ für Investment und Speculative Grade-Qualitäten dargestellt, wobei x für die tatsächliche Ausfallwahrscheinlichkeit eines Kunden steht. Im Investment und im Speculative-Bereich sind im Beispiel jeweils 50% des Gesamtexposures konzentriert. Analog zu der Definition der großen Ratingagenturen repräsentiert der Investment Bereich die Kunden mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von 0 bis 0,3%.

⁶ Im Vergleich zu echten Kreditportfolien, wo oft auch Geschäftspartner schlechter Bonität vergleichsweise große Kredite erhalten, ist dies eine optimistische Annahme, die aber für die eigentliche Aussage der Analyse von untergeordneter Bedeutung ist. Der Investment Grade sollte in der Praxis definiert werden als der Bereich innerhalb der Skala von Ausfallwahrscheinlichkeiten, in dem der größte Exposureanteil im Portfolio konzentriert ist.

scheinlichkeit der so definierten Ratinggruppe an. Der zweite Ansatz ging in Prinzip genauso vor, unterschied aber aufgrund der heterogenen Exposureverteilung noch einmal jeweils zwischen Investment und Speculative Grade⁷.

Es ist offensichtlich, dass der Fehler bei der Schätzung des Portfolio-Values at Risk massiv zurückgeht, wenn die Anzahl der Ratingkategorien ansteigt. Der Grund hierfür besteht darin, dass die Annahme, jede Ratinggruppe enthielte ausschließlich Kunden identischer Ausfallwahrscheinlichkeit umso weniger simplizistisch ist, je mehr Gruppen unterschieden werden. Wenn die Anzahl der Ratingkategorien gegen unendlich geht, geht die Abweichung des geschätzten vom wahren Value at Risk gegen Null⁸.

Leider sinkt die praktische Handhabbarkeit eines Ratingsystems, wenn sehr viele Gruppen unterschieden werden. Es ist deshalb umso entscheidender, dass der Schätzfehler des Values at Risk auch mit einer relativ kleinen Anzahl Ratinggruppen beträchtlich reduziert werden kann, wenn ein Investment und eine Speculative Bereich innerhalb des Portfolios unterschieden werden.

Bei der Abgrenzung der Bereiche kommt es weniger auf die absolute Bonität der betreffenden Kunden an, sondern viel-

mehr darauf in welchen Bonitäten im Portfolio große Exposuremengen konzentriert sind (vgl. Fußnote 6). Finanzinstitutionen sollten in Kundensegmenten, denen große Kreditvolumina geliehen wurden, feinere Unterscheidungen der Kreditqualität der Kunden machen können, unabhängig davon wie hoch die absolute Bonität dieser Kunden ist. Große Exposures haben tendenziell eine große Wirkung auf das Portfoliorisiko. Wie durch ein Vergrößerungsglas verschärfen sie Fehleinschätzungen von Ausfallwahrscheinlichkeiten auf Portfolioebene. Exposurekonzentrationen sind deshalb genau der Bereich, bei dem sich eine exakte Bewertung von Ausfallwahrscheinlichkeiten am stärksten auszahlt. In unserem Beispiel konnte die Abweichung des geschätzten vom wahren Value at Risk mit nur 10 Ratingkategorien praktisch auf Null reduziert werden.

Finanzinstitutionen sollten ebenfalls versuchen, die Änderungen der Kreditqualität ihrer Kunden zu verfolgen. Die Annahme der Homogenität der Ratingklassen ist umso weniger gerechtfertigt, wenn die Ratingauf- und -abstufungen der Kunden vor der jährlichen Routineüberprüfung unerkannt bleiben. Diese potentielle Fehlspezifikation des Ratings bewirkt nicht nur eine Verzerrung der Ausfall- und Übergangswahrscheinlichkeiten, sondern führt auch zu einer unerwünschten Überlappung der Ratinggruppen⁹. Um ein Ratingverfahren

⁷ D.h. im zweiten Ansatz wurde jeweils der Investment Bereich bis 0,3% Ausfallwahrscheinlichkeiten und der Speculative Bereich separat in n Klassen eingeteilt, so dass die Gesamtzahl der unterschiedenen Ratingkategorien in jedem Schritt um zwei wächst. Dies wird auch in der Abbildung deutlich, die immer die Gesamtzahl darstellt.

⁸ Dies ist genau die Approximation des Riemann-Integrals durch Riemannsche Summen, d.h. die näherungsweise Berechnung der Fläche unter einer integrierbaren Funktion durch immer schmalere Rechtecke. Dieses Ergebnis ist intuitiv verständlich, denn mit steigender Anzahl Ratinggruppen nähert sich das Ratingklassenkonzept

dem Konzept kundenindividueller Ausfallwahrscheinlichkeiten.

⁹ In einem anderen Fachbereich hat der PISA-Test ein Beispiel für eine schlecht getrennte Kategorisierung zu Tage gefördert. Nachdem die Schülerinnen und Schüler in Deutschland etwa im Alter von 10 Jahren weiterführenden Schulen zugeordnet werden, überlappen sind die Leistungen der Schüler benachbarter Schultypen im Alter von 15 Jahren um ca. 90%. Wollte man die Schultypen klar gegeneinander abgrenzen, müssten jeweils ca. die

effizient zu betreiben, ist deshalb ein funktionierendes Frühwarnsystem unerlässlich, das Kunden, deren Kreditqualität im Begriff ist sich signifikant zu verändern, schnell identifiziert und auf eine spezielle Watch List setzt¹⁰.

Man sollte sich jedoch darüber im klaren sein, dass auch dann, wenn eine Ratingklasse vollständig homogen ist mit einer konstanten und identischen Ausfallwahrscheinlichkeit ihrer Mitglieder, die beobachteten Ausfallhäufigkeiten dieser Gruppe zufällig sind. Betrachten wir als Beispiel eine Ratinggruppe, die 100 identische und voneinander unabhängige Kunden mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von je 1% umfasst. Dann ist die Wahrscheinlichkeit genau einen Ausfall zu beobachten lediglich 37%, während die Wahrscheinlichkeit keinen einzigen oder mehr als einen Ausfall zu sehen bei 63% liegt.

Da die Schätzwerte für die Ausfallwahrscheinlichkeiten eine Funktion der beobachteten Ausfallhäufigkeiten einer Ratinggruppe sind¹¹, sind also auch sie zufällig.

Abbildung 2 zeigt die Verteilungen der geschätzten Ausfallwahrscheinlichkeiten für unterschiedliche Grade der Abhängigkeit zwischen den Kunden¹². Die Ra-

tingruppe bestand in diesem Beispiel aus 1000 Kreditnehmern mit einer wahren Ausfallwahrscheinlichkeit von 0,5% und unterschiedlichen Korrelationen zwischen den Kunden.

20-30% besten und schlechtesten Schülerinnen und Schüler die Schule wechseln (siehe Deutsches PISA-Konsortium, 2001, Seite 121, Abbildung 2.15).

¹⁰ Dies ist auch eine Lehre aus der Asienkrise 1997-98, die von den Ratingagenturen nicht wirklich vorhergesagt werden konnte.

¹¹ Wie oben ausgeführt, werden die Ausfallwahrscheinlichkeiten im Mittelwertmodell gerade durch die Mittelwerte der historisch beobachteten Ausfallhäufigkeiten geschätzt.

¹² Auch hier wurde wieder das klassische Korrelationsmodell zugrunde gelegt. Beachte, dass in diesem Modell unkorrelierte Kunden auch unabhängig sind.

Unter dem Link <http://www.creditrisk.risknet.biz/animation/animati>

[on.html](#) steht eine Animation zur Verfügung, die die Verteilungen der Schätzwerte der Ausfallwahrscheinlichkeiten für eine unendlich große Gruppe von Kreditnehmern zeigt, die alle dieselbe wahre Ausfallwahrscheinlichkeit von 0,5%, aber in jeder Kurve unterschiedliche Korrelationen besitzen.

Die Animation macht darüberhinaus deutlich, welchen Einfluss die Anzahl der beobachteten Perioden von Ausfällen auf die Form der Verteilungen der Schätzwerte hat. Wenn die Anzahl der Perioden steigt, konvergieren die Verteilungen gegen eine Normalverteilung, unabhängig von der Höhe der Korrelationen. Steigende Korrelationen bedeuten jedoch eine Verlangsamung der Konvergenzgeschwindigkeit.

Abbildung 2

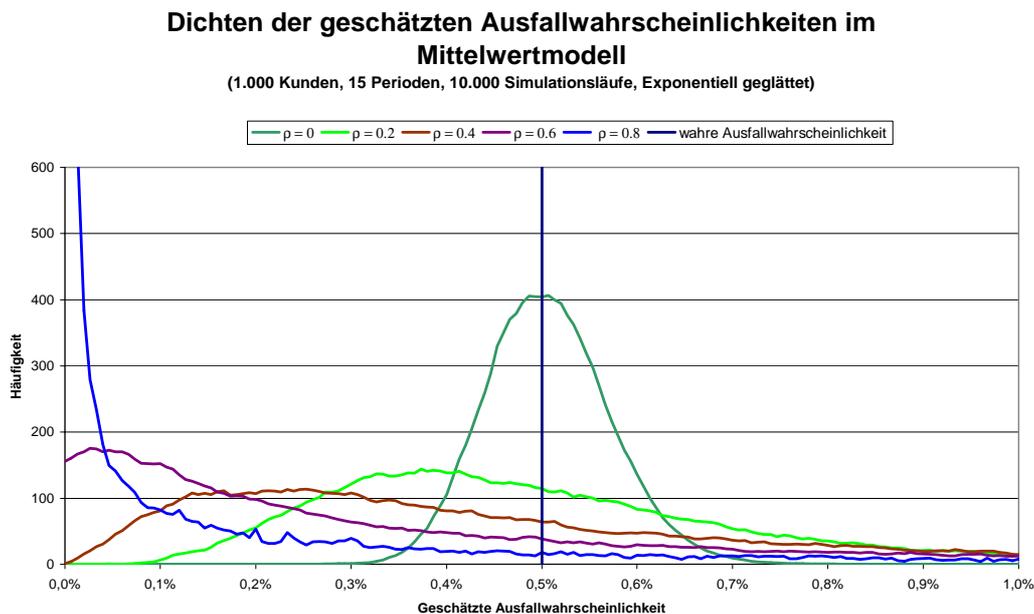


Tabelle 1 fasst einige der wichtigsten Kennzahlen der Verteilungen des Schätzwertes für die Ausfallwahrscheinlichkeiten zusammen. Die erste entscheidende Beobachtung ist, dass der Mittelwert der Ausfallhäufigkeiten in al-

len Fällen ein erwartungstreuer Schätzwert für die Ausfallwahrscheinlichkeiten ist, unabhängig von vom Grad der Abhängigkeiten zwischen den Kunden.

Tabelle 1: Kennzahlen der simulierten Verteilungen des Schätzwertes für die Ausfallwahrscheinlichkeit

	$\rho = 0$	$\rho = 0.2$	$\rho = 0.4$	$\rho = 0.6$	$\rho = 0.8$	$\rho = 0.9$
Wahrer Wert ist dieses Quantil	50,00%	58,13%	63,66%	69,14%	77,29%	82,72%
Kleinster Wert	0,29%	0,02%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
5%-Quantil	0,41%	0,21%	0,09%	0,02%	0,00%	0,00%
20%-Quantil	0,45%	0,31%	0,18%	0,07%	0,01%	0,00%
40%-Quantil	0,48%	0,40%	0,30%	0,17%	0,03%	0,00%
50%-Quantil (Median)	0,50%	0,45%	0,37%	0,25%	0,07%	0,01%
60%-Quantil	0,51%	0,51%	0,46%	0,35%	0,14%	0,03%
80%-Quantil	0,55%	0,66%	0,74%	0,77%	0,62%	0,36%
95%-Quantil	0,60%	0,94%	1,37%	1,89%	2,83%	3,36%
Größter Wert	0,72%	2,49%	5,44%	10,11%	10,57%	12,79%
Standardabweichung	0,06%	0,23%	0,45%	0,71%	1,09%	1,27%
Mittelwert	0,50%	0,50%	0,50%	0,51%	0,51%	0,48%
Schiefe	2,10E-11	1,71E-08	2,22E-07	1,14E-06	4,63E-06	7,31E-06
Kurtosis	3,47E-13	2,01E-10	5,31E-09	4,55E-08	2,62E-07	4,38E-07

Umgekehrt steigen aber die Standardabweichung, die Schiefe, die Kurtose, die Spannweite und das von der wahren Ausfallwahrscheinlichkeit repräsentierte Quantil der Verteilungen mit den Abhängigkeiten zwischen den Kunden an.

Der Fall unabhängiger Kunden ist hervorgehoben gegenüber dem komplementären Fall höherer Abhängigkeiten, denn hier ist aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes die mittlere Ausfallrate normalverteilt. Dies spiegelt sich deutlich in den Simulationsergebnissen, denn die

Normalverteilung ist symmetrisch um den Erwartungswert mit einer Schiefe von Null¹³.

Lediglich bei Unabhängigkeit der Kunden ist die mittlere Ausfallhäufigkeit bereits eine konsistente Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeit, wenn die Anzahl der Kunden in der betreffenden Ratingklasse gegen unendlich geht¹⁴.

Wenn die Korrelationen zwischen den Kunden positiv sind, bleibt die Standardabweichung der mittleren Ausfallhäufigkeit auch dann positiv, wenn die Anzahl der Kunden in einer Ratingklasse unendlich groß ist, auch wenn sie monoton in der Anzahl der Kunden fällt. In diesem Fall kann die Ausfallwahrscheinlichkeit nur dann konsistent geschätzt werden, wenn die Anzahl der Perioden, über die die Ausfallhäufigkeiten gemittelt werden, gegen unendlich geht, unabhängig von der Anzahl der Kunden¹⁵.

Es ist aus diesem Grund wünschenswert große Ratingkategorien zu haben, die viele Kunden enthalten. Es ist insbesondere vorteilhaft, eine große Anzahl von Perioden auswerten zu können, unabhängig von der Größe der Gruppen.

Abbildung 3 zeigt die Varianz der mittleren Ausfallhäufigkeit dargestellt gegen die Anzahl der Kunden in der Ratingkategorie für mehrere Perioden. Unabhängig von unserem Beispiel genügen bereits 50 Kunden in einer Gruppe, um die Varianz des Schätzwertes der Ausfallwahrscheinlichkeit um 98% der maximalen durch Vergrößerung der Gruppe möglichen Reduktion zu senken¹⁶. 250 Kunden stehen für eine Reduktion um 99,6% des Maximums.

¹³ Deswegen stimmen in diesem Fall Mittelwert und Median überein.

¹⁴ Dies bedeutet, dass die mittlere Ausfallhäufigkeit in Wahrscheinlichkeit in der Anzahl der Kunden gegen die wahre Ausfallwahrscheinlichkeit konvergiert. Konsistenz impliziert, dass die Genauigkeit der Schätzung beliebig gut wird, wenn die Menge der zur Verfügung stehenden Information wächst, und dass der Fehler durch die Zufälligkeit der beobachteten Ausfallhäufigkeiten gegen Null geht.

¹⁵ Man kann leicht zeigen, dass die Standardabweichung σ der mittleren Ausfallhäufigkeit als

$$\sigma(m, n, p, \rho_D) = \left(\frac{1}{m} \left(\frac{1}{n} p(1-p) + \left(1 - \frac{1}{n} \right) \rho_D p(1-p) \right) \right)^{1/2}$$

berechnet werden kann. Hierbei ist m die Anzahl der beobachteten Perioden, n die Anzahl der Kunden, p die wahre Ausfallwahrscheinlichkeit und $\rho_D = \rho_D(p, p)$ die Ausfallkorrelation. Im klassischen Korrelationsmodell ist ρ_D gegeben als

$$\rho_D = \frac{\Phi(a, a; \rho) - \Phi(a)\Phi(a)}{\Phi(a)(1 - \Phi(a))}$$

wobei $\Phi(\cdot)$ die ein-dimensionale und $\Phi(\cdot, \cdot; \rho)$ die zwei-dimensionale Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung mit Korrelation ρ ist und $a = \Phi^{-1}(p)$. $\rho_D = 0$ gilt genau dann, wenn $\rho = 0$, d.h. wenn die Kunden unkorreliert und in diesem Modell also unabhängig sind.

Wenn die Anzahl n der Kunden gegen unendlich geht, konvergiert σ monoton fallend gegen

$$\sigma \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{m} \rho_D p(1-p) \right)^{1/2}.$$

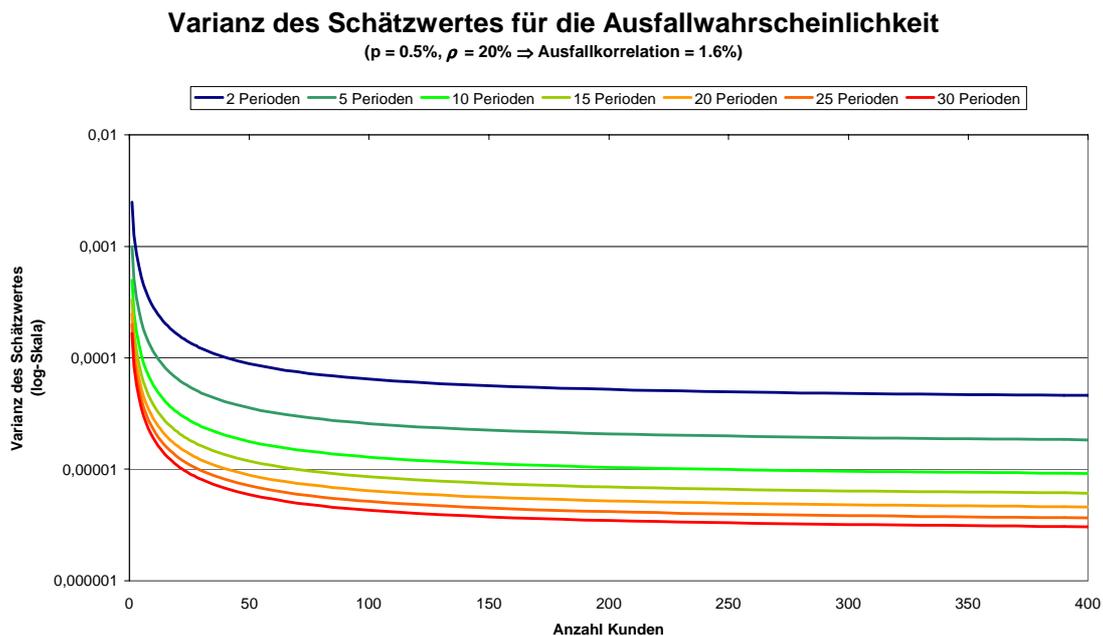
Wenn jedoch die Anzahl m der Perioden gegen unendlich geht, geht σ offenbar gegen Null unabhängig von ρ_D und n .

Aus diesem Grund ist die Annahme der seriellen Unabhängigkeit oder wenigstens der seriellen Unkorreliertheit der Ausfälle so zentral im Mittelwertmodell. Ansonsten könnten die Ausfallwahrscheinlichkeiten gar nicht mehr konsistent geschätzt werden. Sie wird gemeinsam mit der Voraussetzung, die Ausfallwahrscheinlichkeiten seien konstant im Zeitverlauf, von den Modellen abgeschwächt, die die Ausfallwahrscheinlichkeit einer Ratinggruppe in Bezug zu makroökonomischen Faktoren setzen.

¹⁶ Dies ergibt sich aus

$$\frac{\sigma^2(m, p, \rho_D) - \sigma^2(m, n, p, \rho_D)}{\sigma^2(m, p, \rho_D) - \sigma^2(m, \infty, p, \rho_D)} = 1 - \frac{1}{n}.$$

Abbildung 3



Es folgt aus der Formel in Fußnote 16, dass für eine feste Anzahl Kunden in einer Ratinggruppe die relative Senkung der Varianz unabhängig ist vom Grad der Abhängigkeit zwischen den Kunden, während die absolute Senkung geringer wird¹⁷. Dies ist intuitiv klar, denn wenn die Kunden in einer Gruppe stark voneinander abhängen, enthält ihr Ausfallverhalten praktisch dieselbe Information, so dass ein zusätzlicher Kunde wenig neue Einsichten liefert, obwohl sein Anteil am gesamten Erklärungspotential gleich bleibt.

Analog, reduzieren 5 Beobachtungsperioden die Varianz des Schätzwertes für die Ausfallwahrscheinlichkeiten bereits um 80%, 10 Perioden um 90% und 30

Perioden um 96,7% des möglichen Maximums¹⁸.

Aus Tabelle 1 geht ebenfalls hervor, dass für eine feste zur Verfügung stehende Zahl Perioden und Kunden in einer Gruppe das Quantil der Verteilung des Schätzwertes, das von der wahren Ausfallwahrscheinlichkeit repräsentiert wird, mit dem Grad der Abhängigkeit zwischen den Kunden ansteigt.

Bei unabhängigen Ausfällen ist die wahre Ausfallwahrscheinlichkeit identisch mit dem Median der Schätzung. Man erwartet hier also, den wahren Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von je 50% zu unter- bzw. zu überschätzen. Bei abhängigen Ausfällen ist es demgegenüber wesentlich wahrscheinlicher, den wahren Wert zu unter- als ihn zu überschätzen. Gerade wenn es Anlass zu der Annahme gibt,

¹⁷ Die absolute Senkung der Varianz des Schätzers ist

$$\begin{aligned} \sigma^2(m, 1, p, \rho_D) - \sigma^2(m, n, p, \rho_D) &= \\ &= p \cdot (1-p) \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) (1 - \rho_D) \end{aligned}$$

¹⁸ Die relative Senkung der Varianz durch die verfügbare Anzahl Beobachtungsperioden ist für eine feste Anzahl Kunden gegeben als

$$\frac{\sigma^2(1, n, p, \rho_D) - \sigma^2(m, n, p, \rho_D)}{\sigma^2(1, n, p, \rho_D) - \sigma^2(\infty, n, p, \rho_D)} = 1 - \frac{1}{m}$$

dass substantielle Abhängigkeiten zwischen den Kunden bestehen, ist es also entscheidend die Varianz des Schätzwertes möglichst zu senken.

Wieviele Ratingkategorien sollte eine Finanzinstitution unterscheiden?

Die mit Ratingsystemen verbundenen Schätzfehler bei der Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten werden von zwei wesentlichen Quellen gespeist: Zum einen von der konzeptionellen Ungenauigkeit, die sich mit der Annahme verbindet, Ratingkategorien enthielten in ihren Ausfallwahrscheinlichkeiten identische Kunden, und zum anderen durch den zufälligen Fehler bei der Durchführung der eigentlichen Schätzungen¹⁹.

Obwohl sie stark vereinfachende Züge trägt, ist die Annahme homogener Ratingkategorien unvermeidlich, um die weiteren Schätzungen durchführen zu können. Um Ratingverfahren in der Praxis effizient einsetzen zu können, ist man deshalb gezwungen zu versuchen beide Fehler gleichzeitig möglichst klein zu halten.

Wie wir gesehen haben, wird die Annahme, alle Kunden in einer Gruppe hätten dieselben Ausfallwahrscheinlichkeiten, umso unproblematischer, je mehr Gruppen unterschieden werden. Mit zuneh-

mender Anzahl Gruppen konvergiert die mittlere Ausfallwahrscheinlichkeit jeder Gruppe gegen die individuelle Ausfallwahrscheinlichkeit jedes Kunden²⁰. Von diesem Standpunkt aus gesehen ist eine große Anzahl Ratingkategorien wünschenswert.

Auf der anderen Seite ist deutlich geworden, dass der Fehler bei der Schätzung von Ausfallwahrscheinlichkeiten, der auf der Zufälligkeit der beobachteten Ausfallhäufigkeiten beruht, monoton fallend in der Anzahl der Kunden in jeder Ratinggruppe ist. Von diesem Standpunkt aus betrachtet wären dementsprechend möglichst umfangreiche Gruppen vorteilhaft, also dass die Gesamtzahl der Kunden im Portfolio nicht durch eine zu große Anzahl Ratinggruppen atomisiert wird.

Es liegen folglich zwei einander exakt widersprechende Zielsetzungen vor. Dennoch können eine Reihe von Regeln aufgestellt werden, um die Ergebnisse zu optimieren:

- Jede Ratingkategorie sollte wenigstens 50-100 Kunden enthalten. Sind weniger Kunden vorhanden, steigt die Varianz der Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten drastisch an. Durch diese Anforderung wird die Anzahl der Klassen begrenzt.
- Um die Anzahl der Kategorien effizient zu nutzen, sollte ein ‚Investment Grade‘ für Bonitätsbe-

¹⁹ Beachte, dass dieser Befund nicht nur für das Mittelwertmodell, sondern grundsätzlich für alle Modelle gilt, die sich eines Ratingssystems bedienen, um Ausfallwahrscheinlichkeiten zu schätzen. Er beruht also nicht auf den speziellen Annahmen des Mittelwertmodells, sondern überträgt sich auch auf die Modelle, die beobachtete Ausfallhäufigkeiten in bezug zu makroökonomischen Faktoren setzen.

²⁰ Dies gilt streng genommen nur, wenn sich die Gruppen nicht überlappen. Dies wird in der Praxis jedoch durch Unschärfen in der Bestimmung von Risikoscores im ersten Schritt des Ratingprozesses zunehmend ein Problem, wenn die Anzahl der Gruppen groß und die Gruppen für sich klein werden. Auch durch diesen Gesichtspunkt wird die Anzahl der Klassen begrenzt.

reiche mit hoher Exposurekonzentration definiert werden, in dem mehr Kategorien unterschieden werden als in dem verbleibenden ‚Speculative Grade‘. Hierdurch werden auch Folgefehler bei Portfolioanalysen vermieden. Ein guter Leitsatz ist, dass jede Ratingklasse maximal 15% des Portfolioexposures enthalten sollte.

- Wenn eine Bank zu klein ist, um selbst die erforderliche Anzahl Kunden in die Bestimmung von Ausfallwahrscheinlichkeiten einzubringen, sollte sie sich mit einer anderen Bank mit vergleichbarer Struktur zusammenschließen, um die Schätzungen auf Grundlage eines gepoolten Datenbestandes durchzuführen.
- Um eine engere Zusammenarbeit zwischen Finanzinstituten in diesem Bereich zu vereinfachen, wäre es vorteilhaft, wenn der erste Schritt im Ratingprozess, d.h. die Konzeption der Evaluation des Risikoprofils eines Kunden und der Zuordnung eines entsprechenden Risikoscores, prinzipiell anderen Banken transparent gemacht werden könnte.
- Ebenfalls entscheidend ist ein wirkungsvolles Frühwarnsystem, so dass die Annahme gerechtfertigt ist, dass die Kunden den Ratingkategorien korrekt zugeordnet sind und dass sich die Kategorien nicht oder nur wenig überlappen.
- Schließlich sollte gewährleistet sein, dass der Ratingprozess bei gleichbleibender Konzeption und Qualität langfristig stabil ist, so

dass die maximale Anzahl von Beobachtungsperioden Eingang in die Schätzung finden kann.

Kontakt:

Uwe Wehrspohn

Universität Heidelberg
Alfred Weber Institut
Grabengasse 14
69117 Heidelberg
Tel.: ++49.173.66 18 784
Email: wehrspohn@risknet.de

Center for Risk & Evaluation GmbH & Co.
KG
Berwanger Straße 4
75031 Eppingen
Email: wehrspohn@cre-germany.com

Literatur:

Hans Gersbach, Uwe Wehrspohn (2001): Die Risikogewichte der IRB-Ansätze: Basel II und ‚schlanke‘ Alternativen, RiskNEWS Spezialausgabe 11.2001, Seiten 3-32

Deutsches PISA-Konsortium (Hrsg.) (2001): PISA 2000, Leske + Budrich, Opladen