G 59071

RISIKO MANAGER

05·2006

▶ KREDITRISIKO
▶ MARKTRISIKO
▶ OPRISK
▶ ERM

Mittwoch, 8.3.2006

WWW.RISIKO-MANAGER.COM

Inhalt

Diversifikation in neue Assetklassen

Risikomessung – Normalverteilung oder Mean-Reversion-Modelle?

Nach dem Platzen der Internetblase im Jahr 2000 wurden auch bei den professionellen Kapitalanlegern Probleme im Risikomanagement sichtbar, die durch den Börsenboom der 90er noch verschleiert wurden – „man merkt eben erst bei Ebbe, wer ohne Badehose schwimmt", heißt ein bekanntes Bonmot. Die Aufsichtsbehörden reagierten mit verschärften Vorschriften. Verordnungen wie Stress-Tests für Versicherer und Pensionskassen oder Investmentgesetz und Derivate-Verordnung für Investmentgesellschaften sollten für mehr Sicherheit bei der Kapitalanlage sorgen und gleichzeitig Transparenz und Vereinheitlichung bei der Beurteilung von Kapitalmarktrisiken schaffen.

Von der Risikomessung bis zur Optionspreistheorie – eine Vielzahl finanztheoretischer Konzepte greift auf das statistische Fundament der Gauß'schen Glockenkurve zurück. Die Annahme von normalverteilten Renditen hat sich im Asset Management auch deshalb durchgesetzt, weil sie ein einfach zu handhabendes Instrumentarium zur Datenauswertung verspricht. Dass die Realität der Kursbildung von Wertpapieren mit der Normalverteilung nur sehr unzureichend abgebildet werden kann, wird dabei in Kauf genommen.

Markowitz-Optimierung, Capital Asset Pricing Modell, Sharpe-Ratio, risikoadjustierte Rendite, Volatilität, Value at Risk, Optionsbewertung – die Liste der finanztheoretischen Modelle und Risikokenn-

Fortsetzung auf Seite 4

Fortsetzung von Seite 1

zahlen auf Grundlage der Statistik der Normalverteilung ist lang. In „normalen“ Zeiten lässt sich ein Kursverlauf damit auch vergleichsweise gut beschreiben. So hat etwa die Häufigkeitsverteilung der täglichen Kursveränderungen des DAX-Index annähernd die Form der Gauß'schen Glockenkurve (vgl. ► **Abb. 01**).

Kleine Schwankungen um den Mittelwert kommen beim DAX-Index häufiger vor als bei der Normalverteilung. Hier liegt in der Realität mehr Wahrscheinlichkeitsmasse. Renditen in der Größenordnung von +/– 1 Prozent bis +/– 2 Prozent sind hingegen seltener. Für Zwecke der Risikomessung sollte das unerheblich sein, da wir es nur mit verhältnismäßig kleinen Kursschwankungen zu tun haben.

Risiken manifestieren sich aber gerade nicht in den Zeiten, in denen sich die Kurse in kleinen Schritten bewegen. Extreme Preisausschläge werden durch die Statistik der Normalverteilung nicht adäquat beschrieben. Die Risiken solcher Kursbewegungen werden daher in der Regel unterschätzt. Ein Blick auf die äußeren Ränder der Verteilung (vgl. ► **Abb. 02**) macht deutlich, dass die Wahrscheinlichkeit von Kursbewegungen jenseits von +/– 6 Prozent von einem Tag auf den anderen höher ist, als es die Normalverteilung impliziert.

Das ist aber genau der Bereich, der für das Risikomanagement von Bedeutung ist. So angenehm die Eigenschaften der Normalverteilung für die Modellierung von Kursverläufen und die Berechnung von Risiko-Return-Kennziffern auch sind, gerade da, wo Genauigkeit am wichtigsten wäre, ist der Fehler am größten.

Kursverläufe sind nicht zufällig

Eine wirkungsvolle Risikobetrachtung muss bereits mit der Frage beginnen, mit welchen statistischen Prozessen sich Kursverläufe am besten beschreiben lassen. Gängige Bewertungsmaßstäbe für Marktpreisrisiken gehen davon aus, dass sich Kursveränderungen kontinuierlich in kleinen Schritten vollziehen. Der Kursverlauf folgt einem Zufallspfad (Random Walk). Die logarithmierten Veränderungsraten sind normalverteilt um einen Mittelwert. Dieser wird üblicherweise entweder mit Null angenommen, oder mit einem positiven Wert, der der Rendite des Wertpapiers entspricht (z. B. Dividendenrendite bei Aktien und Aktienindizes). Ist der Mittelwert positiv, symbolisiert er die langfristige Wachstumsrate. Es wird von einem Random Walk mit Drift gesprochen. Entscheidend ist, dass aufgrund der normalverteilten Störung, die auf den Kurs wirkt, jede Kursveränderung unabhängig von der vorhergehenden ist. Man sagt auch, der Markt habe kein Gedächtnis.

Formal wird eine solche Kursveränderung vom Zeitpunkt t auf den Zeitpunkt t + 1 durch den folgenden Zufallsprozess beschrieben:

$$\Delta S = \mu \times S\Delta t + \sigma \times S \times \varepsilon \times \sqrt{\Delta t}$$

Dabei ist ΔS die Veränderung des Kurses innerhalb eines Zeitschrittes, $\mu \times S\Delta t$ ist die (nicht zufällige) Driftkomponente für die Kursveränderung und $\sigma \times S \times \varepsilon \times \sqrt{\Delta t}$ ist der zufällige Anteil der Kursveränderung.

Mit Hilfe von Zufallszahlen können nun leicht Random-Walk-Darstellungen erzeugt werden. Die künstlichen Kurvenverläufe ähneln denen von realen Wertpapieren auf frappierende Weise (vgl. ► **Abb. 03**).

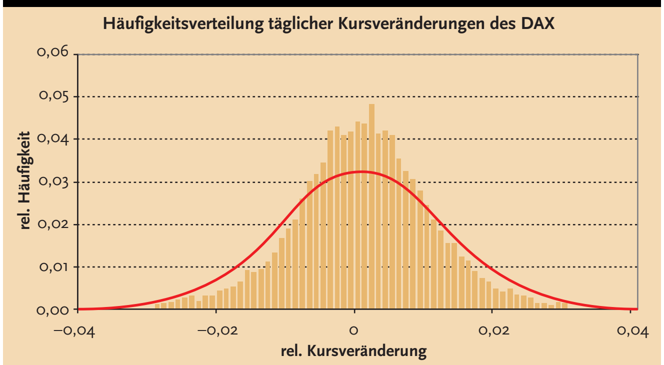
Bei der Betrachtung solcher Kurven fällt es schwer zu entscheiden, ob ein Kursverlauf zufällig generiert wurde, oder ob es sich um den Verlauf eines tatsächlich existierenden Wertpapiers handelt. Das dürfte auch der Grund dafür sein, warum die Entwicklung realer Wertpapiere häufig auf das Gesetz der Brown'schen Bewegung zurückgeführt wird. Diese Annahme hat zur Folge, dass die Kursveränderungsraten logarithmisch normalverteilt sind. Die Logarithmen der Kursveränderungen sind also normalverteilt und stellen die kontinuierliche Wachstumsrate dar. Auf diese Weise erzeugte Random-Walk-Darstellungen haben alle Eigenschaften der Normalverteilung.

Aus der Analyse tausender solcher simulierten Kursverläufe werden im Risikomanagement Risikomaße oder im Portfoliomanagement faire Werte für Optionen abgeleitet. Diese Technik der Monte-Carlo-Simulation hat sich mittlerweile als Standard-Verfahren im Asset Management etabliert. Inwieweit folgen aber reale Aktienkurse oder Kursverläufe von Indizes wirklich einem solchen Zufallspfad?

In einem künstlich erzeugten Kursverlauf von der Art einer geometrisch Brown'schen Bewegung haben sehr große tägliche Kursveränderungen eine extrem niedrige Wahrscheinlichkeit. Zwar ist die Normalverteilung auf dem Intervall von minus Unendlich bis plus Unendlich definiert, je höher die Abweichung vom Mittelwert (gemessen in Standardabweichungen) jedoch ist, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit ihrer Realisierung. Eine Abweichung (Kursveränderung innerhalb eines Tages) von 5 Standardabweichungen um den Mittelwert – bei einer an-

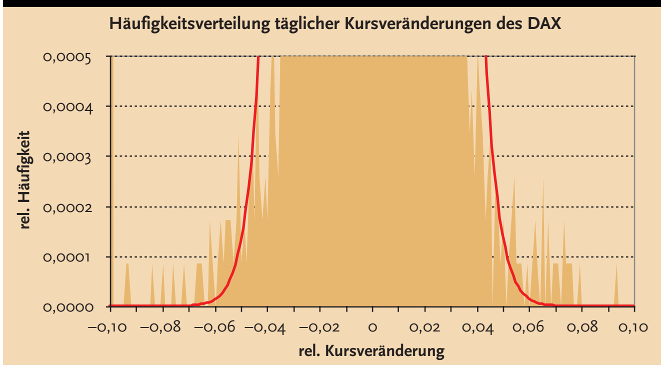
► **Abb. 01**

Häufigkeitsverteilung der Dax-Renditen um den Mittelwert im Vergleich zur Normalverteilung (rote Linie)



► **Abb. 02**

Häufigkeitsverteilung der Dax-Renditen an den Rändern



genommenen Volatilität von 21 Prozent p. a. entspricht das ungefähr einer Kursveränderung von 6,6 Prozent von t auf t + 1 – hat lediglich eine Realisierungschance von 0,000000287. Sie sollte also nur ungefähr alle 9500 Jahre einmal vorkommen. Ein Ereignis wie der 1987er Aktienmarkt-Crash mit einer Kursveränderung von 20 Prozent innerhalb eines Tages ist ein so genanntes 15-Sigma-Event und hat eine derart geringe Wahrscheinlichkeit, dass er für die Risikobetrachtung eigentlich unerheblich ist.

Die Realität sieht aber anders aus. Übernahmegerüchte können Aktienkurse innerhalb von Minuten um 10 Prozent und mehr steigen lassen. Auf der anderen Seite gibt es reichlich Raum für negative Überraschungen, die die Kurse genauso schnell einbrechen lassen können.

Die Aktie des Fernsehsenders Premiere verlor beispielsweise am 21.12.2005 in nur zwei Stunden ca. 40 Prozent ihres Wertes, weil es dem Management nicht gelungen war, die Rechte für die Ausstrahlung der Fußballbundesliga zu erwerben.

Vergleichbare Ereignisse kommen in der realen Welt der Finanzmärkte deutlich häufiger vor, als es die Theorie der normalverteilten Zufallskurse zulässt. Der Zufall spielt sich nur im Kleinen ab. In einem Spiel zehnmal hintereinander eine sechs zu würfeln ist nicht unmöglich, aber sehr unwahrscheinlich. Kommt es dennoch häufiger vor, nährt das die Vermutung, dass der Würfel gezinkt ist. Extreme Kursausschläge am Aktienmarkt kommen zu häufig vor, als dass sie mit dem Zufall der Normalverteilung erklärbar wären. Gelten aber nicht die Gesetze der Normalverteilung, hat das Auswirkungen auf Optionspreise, die nach Black/Scholes berechnet werden und auf Risikomodelle, die auf der geometrisch Brown'schen Bewegung der Kurse basieren.

Und noch etwas ist auffällig und gibt Anlass zur Vermutung, dass extreme Kursausschläge keine Zufallsprodukte sein können: Sie treten gehäuft auf. Nach einer außergewöhnlichen hohen Kursveränderung sind weitere große Kursschwankungen wahrscheinlicher als kleinere Kursbewegungen. Phasen niedriger Volatilität werden durch Phasen höherer Volatilität abgelöst. Volatilität hat die Tendenz zur „Klumpenbildung" (vgl. ▶ **Abb. 04**). Künstlich erzeugte Zufalls-Renditen zeigen nicht diese für Wertpapiere charakteristischen Volatilitäts-Cluster. Offenbar sind Kursbewegungen an realen Wertpapiermärkten nicht mehr unabhängig voneinander. Beides zusammen – zu häufiges und gehäuftes Auftreten von Extremwerten – ist eine Herausforderung für das Risikomanagement.

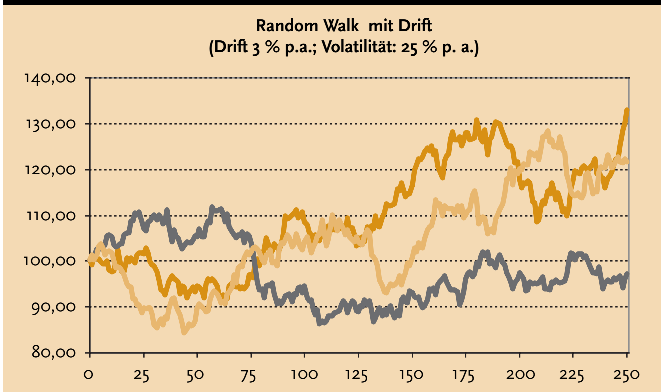
Um die Anwendbarkeit unterschiedlicher Risikomodelle auf verschiedene Indizes zu überprüfen, wurde zunächst geklärt, welche Werte häufig von Asset Managern oder Banken als Benchmark herangezogen werden. Die Ermittlungsaufgabe wurde dabei auf die Länder und Länderverbände Deutschland, Europa, USA und Japan beschränkt. Als Assetklassen wurden neben Volatilitätsindizes auch Aktien, Renten, Währungen und Rohstoffe herangezogen. Aus einer vorher definierten Grundgesamtheit wurde jeder einzelne Index auf die Anwendbarkeit der Normalverteilung untersucht. Besonders erwähnenswerte Erkenntnisse werden im Folgenden dargestellt.

Volatilität alleine ist kein guter Risikomaßstab

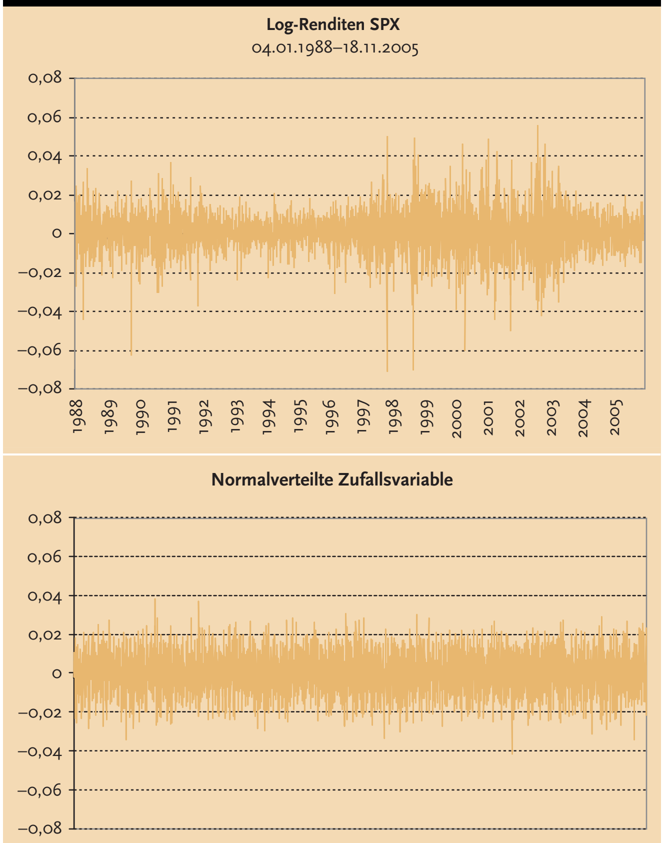
Statistiker bezeichnen die hohe Wahrscheinlichkeit für Extremwerte in einer Verteilung mit dem Ausdruck „Fat Tail". Ein Hinweis für solche Fat Tails liefern empirische Daten. Die Renditeverteilung von Aktienindizes hat im Vergleich zu zufälligen, normalverteilten Renditen mit gleichem Mittelwert und gleicher Standardabweichung eine auffällig höhere Kurtosis. Die Renditen gruppieren sich stärker um den Mittelwert als für normalverteilte Renditen anzunehmen wäre (siehe ▶ **Abb. 01**). An den Rändern liegt folglich mehr Wahrscheinlichkeitsmasse. Extrem starke Kursausschläge haben dadurch eine höhere Realisierungschance (vgl. ▶ **Abb 02**).

Diese Tendenz zu Extrem-Ereignissen lässt sich sehr gut erkennen, wenn man die Quantile der empirischen Renditeverteilung gegen die Quantile einer normalverteilten Zufallsvariablen abträgt. Bei diesen Quantil-Plots werden die täglichen Kursveränderungen der jeweiligen Zeitreihe der Größe nach sortiert (von

Künstliche Kursverläufe ▶ **Abb. 03**



Volatilitäts-Clustering bei Kursveränderungen von realen Wertpapieren (S&P-500-Index) im Vergleich zu Zufallsrenditen ▶ **Abb. 04**



der kleinsten zur größten Veränderung). Anschließend lässt sich der Quantilsrang durch einfaches Abzählen bestimmten. Bei 1.000 der Größe nach sortierten Renditen kann man das Fünf-Prozent-Quantil der empirischen Renditen an der 50. Stelle der sortierten Renditereihe ablesen. Diesen Wert kann man jetzt mit dem theoretisch ermittelten Wert einer Normalverteilung mit gleichem Mittelwert und gleicher Standardabweichung vergleichen. Stimmen die empirischen Werte mit den theoretischen Werten für alle Quantilsränge (von einem bis 100 Prozent) überein, so müssen sie zwangsläufig in einem Streuungs-Diagramm auf einer Geraden liegen.

Je mehr die Punkte von dieser Geraden abweichen, desto unwahrscheinlicher ist es, dass die empirische Verteilung den Gesetzen der Normalverteilung gehorcht (vgl. ► **Abb. 05** und ► **Abb. 06**). Auf diese Weise lässt sich ein erster Eindruck gewinnen, inwieweit die Annahme von normalverteilten Renditen als kritisch anzusehen ist. Diese Methode lässt sich auch auf andere Verteilungen anwenden. Notwendig ist nur die Berechnung der Inversen der kumulativen Verteilungsfunktion.

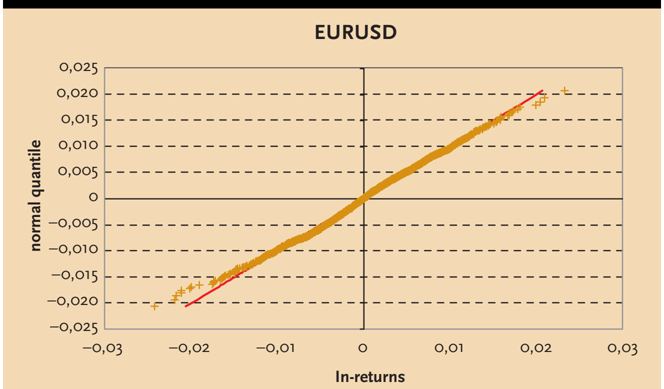
Wären in den vorliegenden Fällen die Renditen normal verteilt, lägen alle Punkte auf der rot eingezeichneten Geraden. Für den Wechselkurs Euro gegen US-Dollar trifft dies annähernd zu (vgl. ► **Abb. 05**). Die meisten anderen Indizes zeigen jedoch mehr oder weniger starke Abweichungen von der Norm (vgl. ► **Abb. 06**).

Die Exzess-Kurtosis ist ein Charakteristikum vieler Finanzmarktzeitreihen. Diese Eigenschaft einer Verteilung wird durch Ausreißer und Extremwerte beeinflusst. Während der Aktienmarkt-Crash im Oktober 1987 keine nennenswerten Auswirkungen auf die ersten beiden Momente (Mittelwert und Standardabweichung) der Renditeverteilung des S&P500 hat, unterscheiden sich Schiefe und Kurtosis doch sehr deutlich – eben abhängig davon, ob die extremen Renditeveränderungen während des Crashs berücksichtigt werden oder nicht (vgl. ► **Tab. 01**).

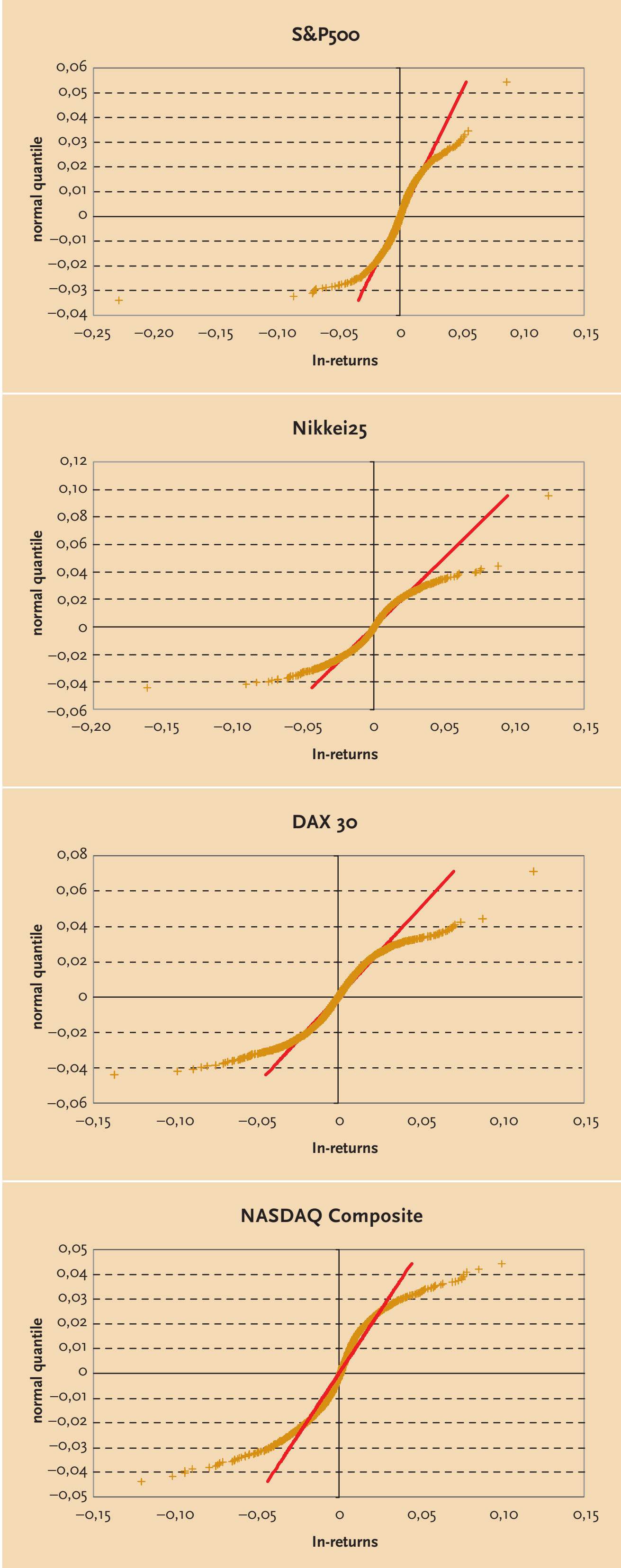
Asymmetrische Renditeverteilung

Für die Zwecke der Risikomessung reicht es offenbar nicht aus, nur die Streuung der Renditen zu betrachten. Volatilität allein ist kein gutes Risikomaß. Entscheidend sind auch Informationen über die Form der Verteilung und diese Form wird durch Extremereignisse stark beeinflusst. Hält man sich außerdem vor Augen, dass negative Kursveränderungen bei den Investoren nachhaltigere Empfindungen auslösen als positive Ereignisse [Kahnemann/Tversky 1979], sollte der Asymmetrie der Renditeverteilung auch aus diesem Grunde mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden. Fatalerweise sind die Renditen der Assetklasse Aktien in den

Q-Q-Plot der Wechselkursveränderungen EUR/US-Dollar ► **Abb. 05**



Q-Q-Plots unterschiedlicher Aktienindizes ► **Abb. 06**



Momente der Renditeverteilung

► Tab. 01

	N(0,1)	SPX-86	SPX-88	DAX30	MDAX	SDAX	ESTX50	VDAX	VSTOXX	VIX	Öl (WTI)
Mittelwert	0	0,00036	0,00035	0,00034	0,00041	0,00032	0,00036	0,00005	-0,00012	-0,00058	0,00019
Standardabweichung	1	0,01090	0,01009	0,01459	0,00898	0,00678	0,01321	0,04445	0,05205	0,05647	0,02598
Schiefe	0	-2,05577	-0,22924	-0,19290	-0,74221	-1,17199	-0,09173	0,71362	1,23892	0,19807	-1,04629
Kurtosis	0	43,33248	4,34663	4,30726	4,13180	11,21273	4,13009	4,05266	8,55100	0,99281	17,66610

SPX-86: Zeitraum vom 02.01.1986 – 18.11.2005, **SPX-88:** Zeitraum vom 04.01.1988 – 18.11.2005

überwiegenden Fällen linksschief verteilt. Das, was den Anleger am meisten ärgert, tritt auch noch am häufigsten auf: große Kursverluste sind wahrscheinlicher als große Kursgewinne. Auch hier eignen sich Quantil-Plots, um diese Tendenz anschaulich zu machen (vgl. ► **Abb. 07**).

Besäßen positive und negative Returns die gleiche Wahrscheinlichkeit, müssten alle Punkte auf der Geraden liegen. Die Tatsache, dass das in den überwiegenden Fällen nicht der Fall ist, beweist, dass die Renditeverteilung nicht symmetrisch ist. Liegen die Beobachtungen unterhalb der Geraden ist die Verteilung linksschief. Negative Kursveränderungen haben dann eine höhere Wahrscheinlichkeit als gleich hohe positive Kursänderungen.

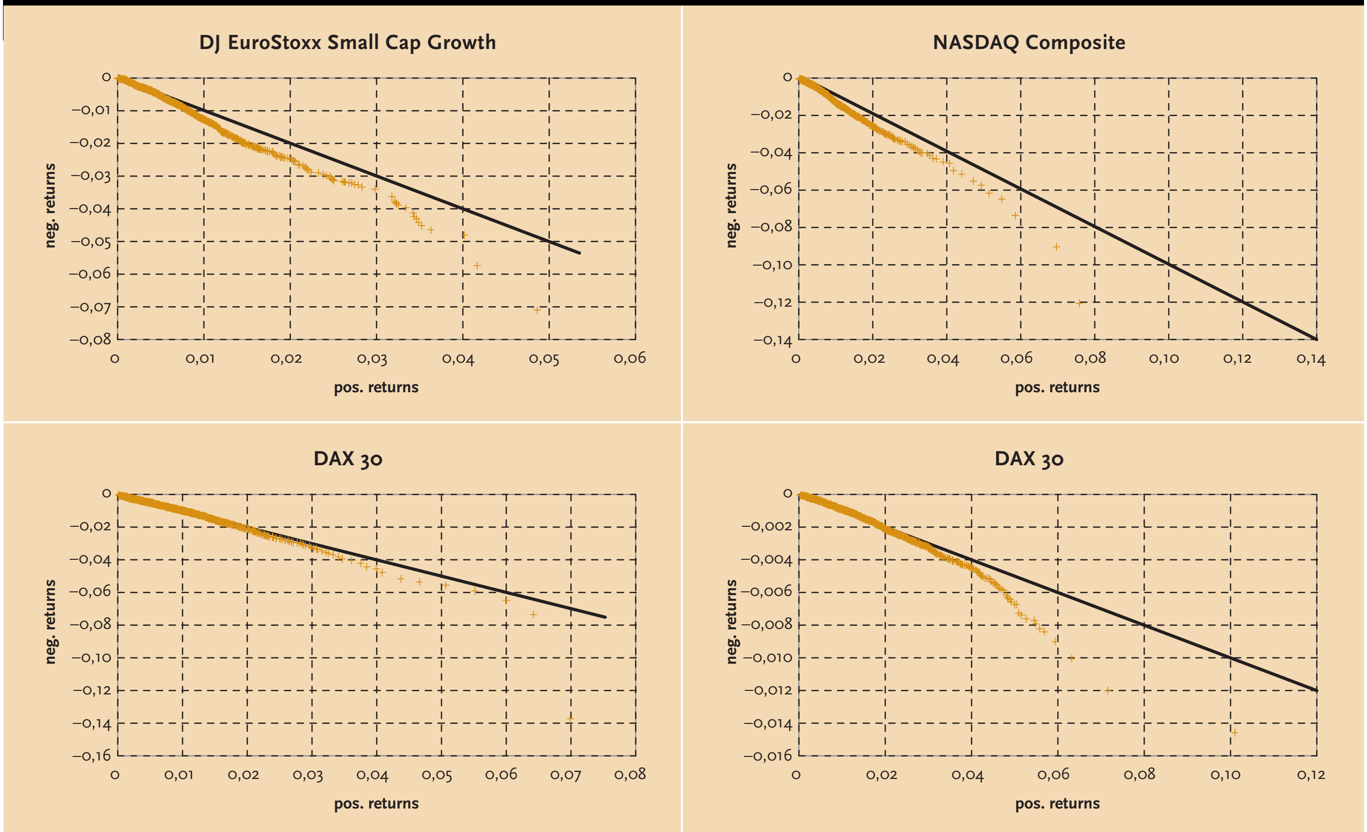
Dieses Verhalten ist für Aktienmärkte typisch. Es ist kaum ein Unterschied, ob es sich um Aktienmärkte in Deutschland, Europa, USA oder Japan handelt. Dabei spielt es auch keine Rolle, ob es sich um Large Caps, Mid Caps oder Small Caps handelt. Und auch der Anlagestil – also Value oder Growth – ist letztlich nicht entscheidend. Innerhalb der Assetklasse Aktien herrscht das gleiche Muster vor: Extrem negative Ausschläge sind deutlich wahrscheinlicher als positive. Eine Diversifikation über Länder oder Stile bringt gerade dann nichts, wenn sie am sinnvollsten wäre – in turbulenten Marktphasen. Wie am Beispiel des REXP zu sehen ist, zeigen aber auch Rentenmärkte diese Art der Returnverteilung.

Nicht genug damit also, dass Verluste von den Anlegern stärker empfunden werden wie Gewinne, in den klassischen Anlagekategorien Aktien und Renten ist die Wahrscheinlichkeit für Verluste ab einer gewissen Größenordnung auch noch höher als die Wahrscheinlichkeit für Gewinne. Risikoaverse Investoren sollten also Anlagemöglichkeiten suchen, bei denen die Renditen eher rechtsschief verteilt sind. Asymmetrien dieser Art finden sich häufig bei Rohstoffen, wie am Beispiel des Quantil-Plots des Goldpreises zu sehen ist (vgl. **Abb. 08**).

Auch Volatilitätsindizes zeigen dieses Muster (vgl. **Abb. 09**). Sie könnten sich damit als eigenständige Assetklasse eignen und speziell risikoaversen Investoren eine angemessenere Möglichkeit der Diversifikation bieten. Mit der Einführung börsengehandelter Terminkontrakte auf Volatilitätsindizes durch die CBOE im Jahr 2004 und jüngst durch die EUREX sind die Möglichkeiten für einen Einsatz von Volatilität als eigenständige Anlagekategorie im Portfoliomanagement verbessert worden. Broker und Banken haben

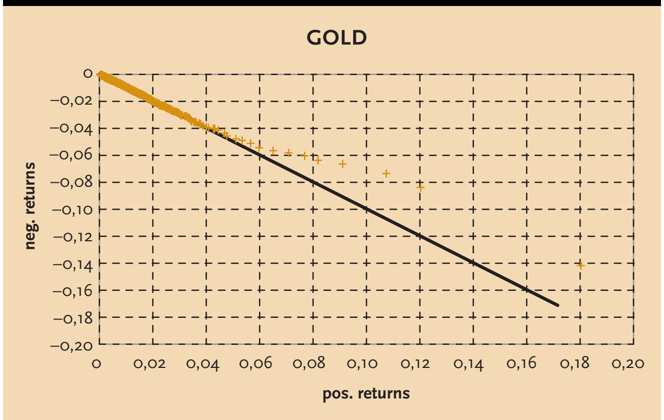
Q-Q-Plots positiver und negativer Renditen

► Abb. 07



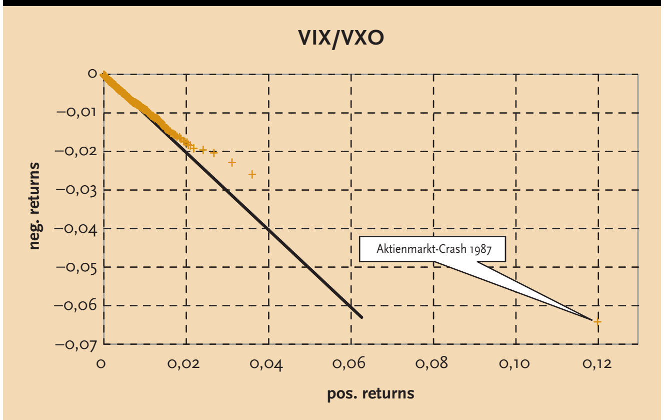
▶ Abb. 08

Q-Q-Plot der Wahrscheinlichkeit positiver und negativer Renditen bei Gold



▶ Abb. 09

Q-Q-Plot der Wahrscheinlichkeit positiver und negativer Renditen bei Volatilität



für den Retailmarkt bereits Zertifikate auf Aktienmarktvolatilität aufgelegt.

Volatilität zeigt diese Asymmetrie zu positiven Renditen im Übrigen auch, wenn man den extremen Anstieg der Volatilität während des Aktienmarkt-Crash 1987 als Ausreißer betrachtet.

Beimischung von Volatilität als Crash-Versicherung

Durch klassische Absicherungsstrategien, wie dem Kauf von Optionen oder dynamische Handelsstrategien wie Stop-Loss oder CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance) versuchen Portfoliomanager, das Risiko von negativen Ausrutschern zu vermeiden. Ziel solcher Strategien ist – statistisch gesehen – eine Modellierung der Returnverteilung. Angestrebt wird eine rechtschiefe Verteilung. Ähnliche Ergebnisse kann man z. B. auch durch eine explizite Berücksichtigung von Volatilität im Portfolio erreichen. Die Beimischung von Volatilität mittels Varianz-Swaps oder Volatilitätsderivaten kann zu einer deutlichen Verstetigung der Renditen führen. Zu diesem Diversifikationseffekt kommt ein möglicher Absicherungseffekt gegen Aktienmarkt-Crashs hinzu [Clausius/KLoy 2005]. Eine Kombination von 10 Prozent VIX (Volatilitätsindex) und 90 Prozent SPX (S&P-500-Index) reduziert die Standardabweichung der Returns um ca. 37 Prozent bei einer Schiefe der Return-Verteilung von 0,02 gegenüber –2,06 für das reine Aktien-Investment. Die Kurtosis fällt von 43 auf 6,5.

Zum Vergleich: Ein gemischtes Portfolio aus 50 Prozent Aktien (SPX) und 50 Prozent Renten (JPMTUS) kann zwar die Volatilität der Returns um ca. 48 Prozent reduzieren, allerdings bleiben die Links-Schiefe mit –1,8 und die Kurtosis mit 38 fast unverändert hoch. Die Beimischung von Renten trägt also kaum dazu bei, die Returnverteilung hinsichtlich der höheren Momente spürbar zu verändern – und das bei einer um 1,1-Prozent-Punkte niedrigeren Rendite pro Jahr als im Falle der SPX-VIX-Kombination.

Folgen für das Risikomanagement

Für unabhängig identisch verteilte Renditen steigt das Risiko der Kapitalanlage linear mit der Haltedauer dieser Anlage. Im Risikomanagement ist dies als $\sqrt{T}$-Regel bekannt. So erlaubt die Derivateverordnung für die Risikomessung bei Investmentfonds die Skalierung des Value at Risk für eine Haltedauer von zehn Handelstagen explizit mit dieser Regel. Der aus den täglichen Kursveränderungen ermittelte VaR darf durch Multiplikation mit $\sqrt{10}$ auf den Zehn-Tages VaR hochgerechnet werden. Es wird implizit unterstellt, dass die Zehn-Tages-Renditen aus der gleichen Verteilung stammen wie die Ein-Tages-Renditen.

Ein Vergleich auf Basis der historischen Renditen in unterschiedlichen Märkten zeigt aber, dass dies nicht in allen Fällen ohne weiteres angenommen werden darf. Small Cap Aktien (sowohl Small Cap Growth als auch Small Cap Value) zeigen z. B. eine deutliche Abweichung zwischen Ein-Tages- und Zehn-Tages-Renditen (vgl. ▶ Abb. 11).

Wären die Annahmen unabhängig und identisch verteilter Renditen korrekt, so müssten die Punkte der Ein- und Zehn-Tages-Renditen auf der eingezeichneten Geraden liegen, die sich aus der $\sqrt{T}$-Regel ergibt. Die Tatsache, dass Renditepunkte in den vorliegenden Beispielen im negativen Ast über der Geraden liegen, bedeutet, dass das Risiko durch die $\sqrt{T}$-Skalierung unterschätzt wird. Der Value at Risk wird für die Haltedauer von zehn Tagen niedriger ausgewiesen, als er tatsächlich ist. Wie groß dieser Fehler in unterschiedlichen Märkten und Assetklassen ist, lässt sich durch eine einfache Optimierung quantifizieren. Die Steigung der Geraden in ▶ Abb. 10 und ▶ Abb. 11 symbolisiert die Gültigkeit der $\sqrt{T}$-Regel. Für Punkte auf dieser Geraden gilt:

$$\textit{Zehn-Tages-Rendite} = \textit{Ein-Tages-Rendite} \times \sqrt{10}$$

Dreht man diese Gerade nun so, dass ihre Steigung mit der Steigung der besten Anpassungsgeraden durch die jeweilig realisierten Rendite-Punkte übereinstimmt, kann man abschätzen, wie weit man im konkreten Fall von der $\sqrt{10}$-Regel abweicht. Für die verschiedenen Indizes und Assetklassen ergeben sich dabei die aus ▶ Tab. 02 ersichtlichen Werte:

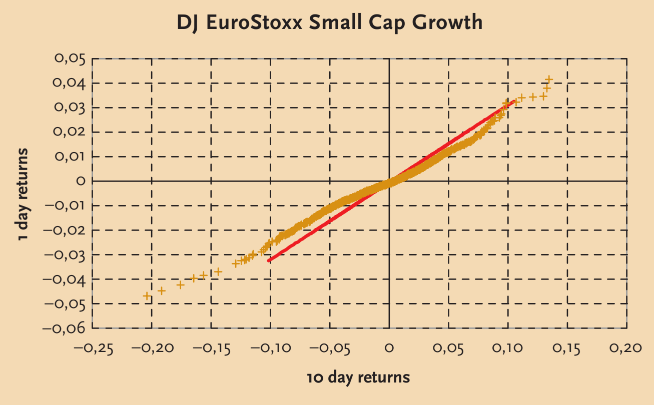
▶ Tab. 02

Gültigkeit der $\sqrt{T}$-Regel

Index	Wurzel-T	Index	Wurzel-T
DJIA	10,76	JPMGEMLC	10,63
SPX	10,87	JPMTUS	10,53
SXXP	10,17	JPMTJPN	12,77
DAX	10,38	REXP	11,43
NKY	10,09	USDJPY	11,41
SSGT	17,01	EURUSD	9,98
SSVT	19,28	DEMJPY	10,45
SLVT	9,47	XEUJPY	10,08
SLGT	8,51	DEMUSD	10,84
TDXK	14,05	GOLD	12,05
CCMP	12,84	NRGISWCL	9,29
MJPoTR	12,12	CRB	9,95
QW5A	12,09	VIX	5,38
Ideal	10		

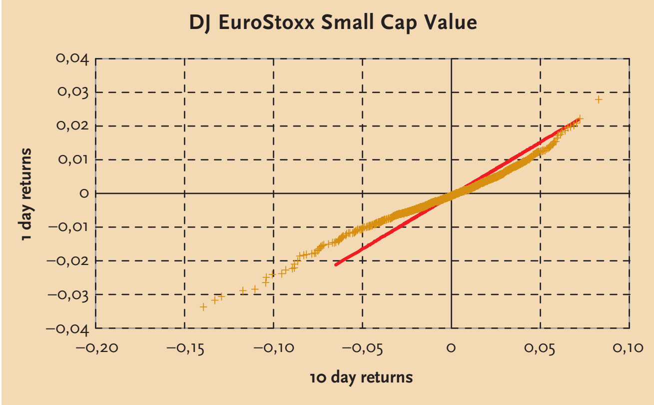
▶ Abb. 10

Q-Q-Plot von 1-Tages- gegen Zehn-Tagesrenditen bei Small Cap Growth



▶ Abb. 11

Q-Q-Plot von Ein-Tages- gegen Zehn-Tagesrenditen bei Small Cap Value



Werte über zehn bedeuten eine Unterschätzung des Risikos bei Anwendung der $\sqrt{T}$-Regel. Werte unter zehn signalisieren hingegen eine Überschätzung des Risikos. Für die angesprochenen Small-Cap Indizes (SSGT und SSVT) lässt sich das Risiko also eher durch Skalierung mit $\sqrt{17}$ oder $\sqrt{19}$ quantifizieren.

An dieser Stelle muss allerdings fairerweise darauf hingewiesen werden, dass die hier ermittelten Werte auch vom jeweiligen Beobachtungszeitraum abhängig sein können. Sie reagieren in der Regel sensitiv auf große Kursveränderungen und „Ausreißer“. Dieser Effekt muss aber keineswegs nachteilig gesehen werden, denn es sind ja gerade die extremen Kursbewegungen, die für das Risikomanagement bedeutsam sind.

Kontinuierlicher Handel und Informationsfluss

Renditen (= Kursänderungen) sind eine direkte Folge von neuen Informationen, die auf den Markt treffen. So lautet zumindest das Postulat der Anhänger effizienter Märkte. Hilfsweise wird hierbei unterstellt, dass ein kontinuierlicher Handel stattfindet, der diese neuen Informationen verarbeitet. Was aber ist mit Handelsunterbrechungen? Sie bedeuten nicht gleichzeitig auch Unterbrechungen im Informationsfluss. Es treffen Informationen auf den Markt, die nicht zeitgleich zu Kursanpassungen führen können.

Mit den vorliegenden Tagesdaten am einfachsten auszuwerten sind die natürlichen Handelsunterbrechungen an Wochenenden und Feiertagen. Die Kursveränderung von Freitag auf Montag beinhaltet kursrelevante Informationen von drei Tagen, während für die Renditen von Montag auf Dienstag nur Informationen von einem Tag verarbeitet werden müssen. Inwieweit haben diese über das Wochenende oder über Feiertage kumulierten Informationen Auswirkungen auf die Renditen bzw. auf die Eigenschaften der Renditeverteilung?

Einen ersten Hinweis müssten die Verteilungsparameter der empirischen Renditen geben können (vgl. ▶ **Tab. 03**). Dazu wurden Wochenenden und Feiertage aus den Tageszeitreihen herausgefiltert. Betrachtet werden also nur Renditen von aufeinander folgenden Tagen. Damit sind generell die Kursveränderungen von Freitag auf Montag nicht enthalten; ebensowenig Kursveränderungen über handelsfreie Tage und Feiertage.

Mit Ausnahme des Index für die Volatilität europäischer Aktien (VSTOXX) und dem Preis für Rohöl (Sorte West Texas Intermediate) liegt die Kurtosis in allen anderen Fällen unter der, die inklusive der Preisveränderungen von Freitag auf Montag berechnet wurde – teilweise sogar sehr deutlich Auch die Schiefe fällt tendenziell geringer aus. Die Standardabweichung der Renditen ist in allen Fällen niedriger, wenn Wochenenden und Feiertagsunterbrechungen in der Berechnung nicht berücksichtigt werden. Ein nicht unbeachtlicher Anteil des Risikos in Wertpapierportfolios ist also auf diesen Wochenend-Effekt zurückzuführen. Dieses Risiko lässt sich nur durch aufwendige und teure Derivat-Strategien reduzieren. Eine Absicherung nur über die Wochenenden wird in den meisten Fällen wohl kaum praktikabel sein. Umso mehr sollten Investments mit Diversifikationspotential aufgrund ihrer rechtsschiefen Rendite-Verteilung in Asset-Allokations-Überlegungen einbezogen werden.

Mean-Reversion-Modelle

Andere Assetklassen wie Rohstoffe oder Volatilitätsindizes zeigen sogar ganz augenfällig Kursverläufe, die nicht durch eine geometrische Brown'sche Bewegung der Kurse zustande gekommen sein können. Gerade bei Rohstoffen ist die Preisbildung in der Regel von Produktionskosten, bestehenden Kapazitäten und einer Nachfragekomponente geprägt. Diese Faktoren bestimmen den langfristigen Gleichge-

▶ Tab. 03

Momente der Renditeverteilung ohne Wochenend- und Feiertagseffekte

	N(0,1)	SPX-86	SPX-88	DAX30	MDAX	SDAX	ESTX50	VDAX	VSTOXX	VIX	Öl (WTI)
Mittelwert	0	0,00034	0,00022	0,00013	0,00034	0,00016	0,00022	-0,00294	-0,00423	-0,00277	0,00035
Standardabweichung	1	0,01014	0,00986	0,01356	0,00854	0,00626	0,01234	0,04239	0,05145	0,05517	0,02446
Schiefe	0	0,01792	-0,10277	-0,08163	-0,69958	-0,76929	-0,07645	0,51587	1,54849	0,16914	-1,61235
Kurtosis	0	4,83867	3,68559	3,11572	3,38323	5,77054	3,37616	2,46330	11,22294	0,70167	23,52345

wichtspreis, um den die Kurse mehr oder weniger zufällig schwanken. Preis-Ausreißer nach oben kommen dann zustande, wenn plötzlich Kapazitäten ausfallen.

Typisch sind die Preisspitzen beim Rohöl aufgrund von politischen Spannungen in den erdölfördernden Regionen oder Preisausschläge bei Strompreisen aufgrund zeitweiligen Ausfalls von Kraftwerkskapazitäten. Der Bedarf kann kurzfristig nicht gedeckt werden. Eine Substitution der Nachfrageseite ist kurzfristig nicht möglich. Es kommt zu Preisspitzen. Diese bilden sich allerdings auch wieder mehr oder weniger schnell zurück, sobald die ausgefallenen Kapazitäten wieder zur Verfügung stehen. Solche Kursverläufe können mit dem Random Walk-Modell nicht adäquat abgebildet werden.

Weil die Kurse nach solchen Preisspitzen immer wieder zu ihrem langfristigen Mittelwert zurückkehren, spricht man von „Mean Reversion". Die Geschwindigkeit, mit der dies geschieht, wird „Mean Reversion Speed" genannt. Im Vergleich zum Random-Walk-Modell lässt sich ein einfaches Mean-Reversion-Modell formal wie folgt darstellen:

$$\frac{S_{t+1}}{S_t} - 1 = \alpha \times \left(\frac{S_m}{S_t} - 1 \right) + \sigma \times \varepsilon_t$$

Dabei ist

$$\frac{S_{t+1}}{S_t}$$

die Kursveränderungsrate von t auf t + 1, α ist die Mean Reversion Rate oder Mean Reversion Speed, S_m ist der langfristige Gleichgewichtspreis, σ ist die Volatilität und ε_1 ist die zufällige Kursänderungskomponente.

Durch den Ausdruck

$$\frac{S_m}{S_t} - 1$$

und den Mean Reversion α Speed-Faktor wird gewährleistet, dass sich die Kurse nicht beliebig weit von ihrem Median entfernen können, was bei der geometrisch Brown'schen Bewegung noch möglich ist. Je höher der Mean-Reversion-Speed-Faktor, desto schneller wird eine Gegenbewegung der Kurse hin zum Gleichgewichtspreis erzwungen.

Ein solches Mean-Reversion-Modell ist z. B. für Volatilitätsindizes und die Renditeverteilung vieler Rohstoffe realistischer als das Random-Walk-Modell. Volatilitätsindizes zeigen langfristig keine Trends. Phasen der Nervosität und Unsicherheit an den Aktienmärkten werden durch Phasen mit stabileren Erwartungen hinsichtlich zukünftiger Konjunkturentwicklungen und Ergebnisentwicklungen von Firmen abgelöst (vgl. ► **Abb. 12**). Volatilität kann nicht unendlich steigen und sie kann nicht unendlich fallen. Das Mean-Reversion-Modell beschreibt das Auf und Ab der Volatilität daher besser als das Random-Walk-Modell. Mit entsprechenden Modifikationen kann man auch die charakteristischen Volatilitätsspitzen modellieren.

Durch Hinzufügen einer „jump" oder „spike"-Komponente im Kursbildungsprozess lässt sich die für Volatilität charakteristische positive Schiefe in der Renditeverteilung nachbilden. Modelle wie das Mean-Reversion-Modell oder das Jump-Diffusion-Modell haben allerdings nicht mehr die eleganten mathematischen und statistischen Eigenschaften der Normalverteilung. Mit einer stärkeren Annäherung an die Realität der Kursbildung muss auch auf gewohnte Risikomessmethoden verzichtet werden.

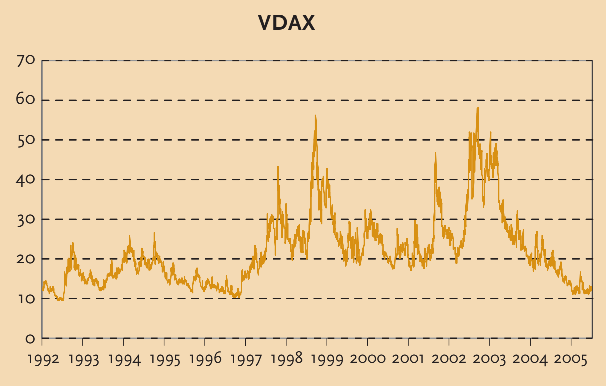
Im Mean-Reversion-Modell sind die Kursveränderungen im Gegensatz zum Random Walk Modell nicht mehr unabhängig voneinander. Die Varianz eines Mean-Reverting-Kurspfades wächst nicht linear mit der Zeit, sondern ist stationär und strebt einem festen Grenzwert zu.

Das hat zur Folge, dass in der Risikomessung nach Value at Risk, dieser ebenfalls nicht mehr mit $\sqrt{T}$ über die jeweiligen Halteperioden wächst. Der Value at Risk über eine Haltedauer von 10 Tagen ist dann nicht mehr gleich dem Value at Risk (1 Tag) $\times \sqrt{T}$. Er ist umso niedriger, je höher der Mean-Reversion-Speed-Faktor α ausfällt. ► **Abb. 13** veranschaulicht diese Abhängigkeit. Für $\alpha = 0$ (das ist der Fall der geometrisch Brown'schen Bewegung) strebt die Volatilität mit zunehmender Haltedauer gegen unendlich. Der Value at Risk wird in diesem Fall umso höher ausgewiesen, je länger die Haltedauer gewählt wird. Der Value at Risk eines Mean-Reverting-Kursverlaufes ist ab einem gewissen Punkt unabhängig von der Haltefrist.

Um Risikokennziffern wie den Value at Risk realistischer zu ermitteln, müssen statistische Verteilungen gesucht oder modelliert werden, die sich besser an die empirische Verteilungsfunktion von Wertpapierrenditen anpassen. Leider ist das nicht immer die Normalverteilung mit ihren schon beschriebenen statistisch angenehmen Eigenschaften. Für die Abbildung von „Fat Tails" sind andere Verteilungsfunktionen meist besser geeignet. Aber welches ist die richtige Verteilung für die jeweiligen empirischen Daten? Viele Studien verwerfen die Hypothese von normalverteilten Re-

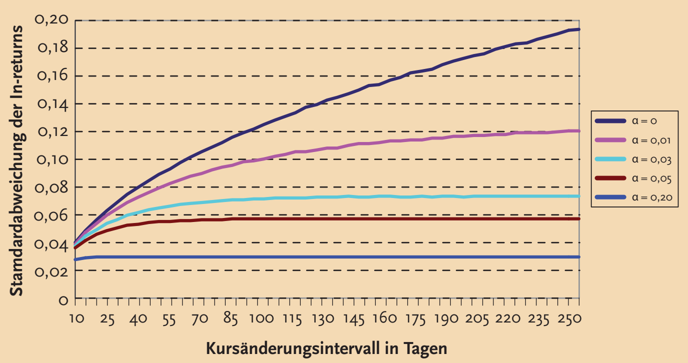
► **Abb. 12**

Mean-Reversion-Eigenschaft der Volatilität



► **Abb. 13**

Entwicklung der Standardabweichung in einem Mean-Reversion-Modell in Abhängigkeit des Mean-Reversion-Speed-Parameters α



turns. Mandelbrot und Fama haben bereits 1963 darauf hingewiesen, dass eine Pareto-Verteilung die Fat Tails von Finanzmarkt-Daten besser abbilden kann, als eine Normalverteilung [Mandelbrot 1963; Fama 1963]. Die Wahl der Verteilungsannahme beeinflusst die Ergebnisse der Risikomessung. Und diese Abweichungen sind oft nicht unerheblich, da sich eine Risikobetrachtung an den Rändern der jeweiligen Verteilung abspielt. Abweichende Verteilungsannahmen wirken sich hier in der Regel am stärksten aus. Der Fehler von Miss-Spezifizierungen ist hier am größten. Unterschiedliche Assetklassen haben, wie zu sehen war, unterschiedliche Renditeverteilungen. Und nicht genug damit – diese Charakteristika ändern sich auch im Zeitablauf. Die Kursmuster von Aktien, Bonds und Rohstoffen sind nicht zu allen Zeiten gleich. Die oben beschriebenen Quantil-Plots eignen sich, um einen ersten Eindruck darüber zu erhalten, inwieweit sich die Daten an eine bestimmte statistische Verteilung anpassen lassen. Quantil-Plots lassen sich auch für andere Verteilungen erstellen. Der Nachteil ist, dass die Mathematik in vielen Fällen sehr schnell sehr komplex wird. Oft existieren keine geschlossenen Formeln zur analytischen Auswertung der Verteilungsfunktion, so dass auf Computer-Simulationen zurückgegriffen werden muss. Risikokennzahlen allein auf der Basis der empirischen Verteilung der Renditen sind auf der anderen Seite sensitiv gegenüber Ausreißern in den Daten und nicht repräsentativ, also auch keine Lösung. □

Fazit

Für die Beurteilung von Risiko und Ertrag von Investmentstrategien im Portfoliomanagement ist es entscheidend, welcher statistische Prozess die Kursbildung der einzelnen Assets treibt und welcher Verteilung die Returns gehorchen. Die empirischen Daten weisen eine Häufung von Renditesprüngen auf, die durch die Statistik der Normalverteilung nicht adäquat beschrieben werden kann.

Hinzu kommt, dass positive und negative Kursveränderungen nicht gleichwahrscheinlich sind. Die Renditeverteilung ist nicht symmetrisch. Die Theorie der Normalverteilung mit ihrer eleganten Möglichkeit zur Auswertung von Risikoparametern verleitet dazu, sie auch im Investmentbereich einzusetzen. Risikomaße wie Volatilität und Value at Risk fallen aber anders aus, wenn Returns nicht unabhängig normalverteilt sind. Die Anwendung der $\sqrt{T}$-Regel für die Risikoskalierung auf verschiedene Haltefristen kann das wahre Risiko über- oder unterschätzen. Realistischere Verteilungsannahmen für Renditen sind meist komplizierter auszuwerten, und es existieren oft keine geschlossenen Formeln für deren Verteilungsfunktion.

Die Kursbildung von alternativen Assetklassen, wie Rohstoffe und Volatilitäten folgt oft ganz anderen Gesetzen als denen der geometrisch Brown'schen Bewegung. Passive Investmentstrategien wie Buy & Hold ergeben keinen Sinn, wenn wir es mit Mean-Reverting-Kursverläufen zu tun haben. Klassische Mean-Variance-Optimierungen nach Markowitz sind in solchen Fällen nicht für eine Assetallokation im Portfoliomanagement geeignet. Risikoberechnungen auf der Basis von Standardabweichungen der Returns zeichnen ein falsches Bild, sobald die Annahme der Normalverteilung aufgehoben ist.

Dabei kann die Kombination von Assets mit unterschiedlichen Renditeverteilungen eine interessante Portfoliokombination darstellen. Die Berücksichtigung auch der höheren Momente einer Verteilung in der Portfolio-optimierung kann die traditionelle Links-Schiefe der Renditeverteilung klassischer Aktienportfolios deutlich reduzieren. Das Risiko von „Fat Tails" in den Portfolios kann verringert, die Annahme der Normalverteilung somit eher gerechtfertigt werden. Durch die Einführung von börsengehandelter Derivate auf Volatilität durch die CBOE in 2004 und die EUREX in 2005 ist der Einsatz dieser neuen Assetsklasse auch für institutionelle Anleger erleichtert worden. Aufgrund der speziellen Mean-Reverting-Charakteristik ist der Handel mit diesen Instrumenten und die optimale Gewichtung im Portfolio jedoch keine triviale Aufgabe.

Quellenverzeichnis:

Clausius, H.; Kloy, J. W. (2005): *Volatilität – Eine neue Assetklasse oder Crash-Versicherung?, in: Kreditwesen 3/2005*

Fama, E (1963): *Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis, in: Journal of Business 35/1963, S. 420–429.*

Kahneman, D.; Tversky, A. (1979): *Prospect Theory – An Analysis of Decision Making under Risk, in: Econometrica 47, No. 2/1979.*

Mandelbrot, B. (1963): *The Variation of Certain Speculative Prices, in: Journal of Business 35/1963, S.394–419.*

Autoren: Kai Gammelin, München
Jörg W. Kloy, ist Consaltant und beschäftigt sich mit den Themen Derivate, Risikomanagement und Asset Allocation

IMPRESSUM

Chefredaktion:
Frank Romeike
Tel. 0221/5490-532, Fax 0221/5490-315
E-Mail frank.romeike@bank-verlag.de
Dr. Roland Franz Erben
Tel. 0221/5490-146, Fax 0221/5490-315
E-Mail: roland.erben@bank-verlag.de

Mitarbeiter dieser Ausgabe
Dr. Karsten Füser, Kai Gammelin, Dr. Marc Hofmann, Jörg W. Kloy, Dr. Mirko Tillmann

Verlag:
Bank-Verlag GmbH
Postfach 450209
50877 Köln

Wendelinstraße 1
50933 Köln
Tel.: 02 21/54 90-0,
Fax: 02 21/54 90-315
E-Mail: medien@bankverlag.de

ISSN 1861–9363

Bankverbindung:
National-Bank AG, Essen
BLZ: 360 200 30, Kto: 101 66 44

Anzeigenverkauf:
Nord und Hessen
(Firmen beginnend mit A–K)
Global Media
Barbara Böhnke,
Am Eichwald 13,
63674 Altenstadt
Tel. 0 60 17/96 02 72, Fax: 0 60 47/95 02 71
E-Mail: barbara.boehnke@bank-verlag.de

Süd und Hessen
(Firmen beginnend mit L–Z) Ausland
CMP Deutschland
Gregor Henn,
Wöhler Str. 35,
50823 Köln,
Tel.: 02 21/9 13 01 80, Fax: 02 21/9 13 01 82
E-Mail: gregor.henn@bank-verlag.de

Anzeigenabwicklung:
Christel Corfield
Tel.: 02 21/54 90-128, Fax: 02 21/54 90-315
E-Mail: medien@bank-verlag.de

Es gilt Anzeigenpreisliste Nr. 1 vom 1. 1. 2006

Abo- und Leserservice:
Tel.: 02 21/54 90-500, Fax: 02 21/54 90-315
E-Mail: medien@bank-verlag.de

Produktionsleitung:
Walter Bruns

Objektleitung:
Dr. Stefan Hirschmann

Verlagsleitung:
Sebastian Stahl

Konzeption: KünkelLopka, Heidelberg

Satz: X Con Media AG, Bonn/Berlin

Druck: ICS-Druck, Bergisch-Gladbach

Erscheinungsweise: Zweiwöchentlich

Bezugspreise: 29 € monatlich im Jahresabonnement, 34 € monatlich im Halbjahresabonnement und 37 € monatlich im Vierteljahrabonnement. Alle Preise zzgl. Versand und MwSt.